STRATEGIA E COMPLESSITA’
Come la matematica può aiutare la politica

'Scienza significa credere nell'ignoranza degli esperti'
Richard Feynman
Premio Nobel per la fisica (1965)

Introduzione

L'evoluzione della ricerca scientifica nel secondo dopoguerra e, in particolare, negli ultimi decenni del XX secolo ha messo a disposizione delle scienze sociali strumenti estremamente potenti per analizzare la società contemporanea. Già a partire dagli anni '40 la crescita dell'interesse nei confronti della matematica applicata ha determinato la nascita e il successivo consolidarsi di nuove teorie, tra cui la geometria frattale, la teoria dei giochi, lo studio del caos deterministico, tutte discipline che troveranno applicazione nell'ambito dell'economia e della finanza, della strategia militare, della sociologia. Analogamente l'applicazione della teoria matematica dei grafi, elaborata nel '700 da Eulero, allo studio dei sistemi biologici e dei *network* sociali e fisici contribuisce a dar vita alla moderna teoria delle reti e il progresso nel campo delle neuroscienze esercita una significativa influenza sul *marketing* e la comunicazione pubblicitaria (e di qui anche sulla propaganda politica).

A partire dalla Seconda Guerra Mondiale gli investimenti nel campo della ricerca scientifica (in particolare in ambito fisico e matematico) finalizzati all'elaborazione di strategie operative in ambito sociale e politico si moltiplicano e ampliano il loro raggio. Non ci si limita più solo ad assoldare i migliori scienziati per sviluppare tecnologie per la produzione di nuove armi (come nel caso del Progetto Manhattan per la costruzione della prima bomba atomica) o a elaborare teorie scientifiche o sedicenti tali per dare legittimità a posizioni ideologiche (come avvenne con gli studi sulla razza nella Germania nazista). In campo militare, anzi, qualche anno più tardi vedremo sconfitta sul campo l'illusione che la superiorità tecnologica in campo militare sia di per sé una garanzia di successo. Negli anni '90 l'esercito più potente del mondo, quello americano, si impantana in una serie di guerre asimmetriche contro avversari a bassissima tecnologia, da cui pure non riesce a uscire 'vittorioso' (su questo si veda l'interessante saggio *Guerra senza limiti. L'arte della guerra asimmetrica tra terrorismo e globalizzazione*, scritto alla fine degli anni '90 da Liang Qiao e Xiangsui Wang, due ufficiali dell'aviazione cinese). Più in generale quindi il potere politico-economico, esercitando un controllo sempre più rigido sulla ricerca pubblica e privata, preme affinché gli effetti delle più moderne elaborazioni scientifiche si riversino nello studio della società, del suo funzionamento e dei suoi

processi evolutivi alla ricerca di nuovi strumenti di analisi e di previsione e di più efficaci strategie decisionali e operative per l'azione in campo militare, finanziario, politico. D'altra parte la rigida demarcazione tra questi ambiti – come osservano i due ufficiali cinesi – tende a sfumare sempre più al crescere delle cosiddette 'operazioni di guerra non militari': attacchi speculativi, atti di hackeraggio, campagne mediatiche che vanno affermandosi progressivamente – parafrasando Clausewitz – come la 'prosecuzione della guerra con altri mezzi'.

Gli Stati Uniti ovviamente sono i primi in Occidente a investire in questo campo. Nel 1946 il Dipartimento della Difesa finanzia la fondazione della Rand Corporation, un *think tank* che oggi impiega circa 100 ricercatori (dal '92 è attivo anche in Europa) e che si definisce 'un istituto di ricerca che sviluppa soluzioni per le sfide della politica di governo allo scopo di rendere le comunità nel mondo più sicure, sane e ricche'. Dal 1950 al 1954 la Rand si avvale, tra gli altri, della collaborazione di John Nash, uno dei più brillanti matematici del '900, tra i padri della teoria dei giochi, vincitore nel 1994 del Premio della Banca di Svezia (impropriamente detto 'Premio Nobel') per l'Economia, proprio per il suo contributo all'analisi dei mercati attraverso lo studio dei giochi non cooperativi e celebrato persino da Hollywood nel film *A beautiful mind* (2001). La Guerra Fredda appare come la perfetta rappresentazione geopolitica del nuovo concetto introdotto dal matematico nella teoria dei giochi e chiamato appunto equilibrio di Nash, ma è anche ciò che stimola gli americani ad analizzare con quella teoria le guerre del passato. Nel 1954 O.G. Haywood, ufficiale americano passato attraverso prestigiosi istituti come il Massachussets Institute of Technology e l'università di Harvard ed ex collaboratore del Progetto Manhattan, pubblica l'articolo *Military decision and game theory*, in cui analizza la battaglia navale del Mare di Bismarck (1945) utilizzando la teoria che Nash aveva contribuito a sviluppare. E' un primo passo, che apre la strada all'applicazione della teoria dei giochi a fenomeni sempre più complessi. Oggi la teoria dei *Mean Game Field*, giochi in campo medio, nata una decina d'anni fa, è in grado di analizzare situazioni in cui migliaia o milioni di persone interagiscono tra loro utilizzando la teoria dei giochi in combinazione con la meccanica statistica, cioè con l'applicazione del calcolo delle probabilità al moto delle particelle. La teoria delle reti, sviluppatasi in particolare negli anni '90, la affianca analizzando l'influenza delle relazioni sul comportamento di persone, aziende, Stati. Gli attuali *computer* mettono a disposizione di chi utilizza queste teorie una enorme potenza di calcolo, che può essere usata ad esempio per monitorare ed elaborare i *big data* ricavati dalle tracce digitali che milioni di persone lasciano ogni giorno telefonando, navigando su internet, usando carte di credito e altri dispositivi. La teoria dei frattali invece viene usata ormai comunemente dagli analisti finanziari e dagli investitori per cercare di prevedere l'andamento dei titoli in Borsa e orientare i propri investimenti riducendo al minimo i rischi. Infine anche le neuroscienze e l'intelligenza artificiale vengono impiegate per indagare più a fondo il

campo della politica e delle scienze sociali. Nel 2011 alcuni studiosi dell'University College di Londra pubblicano uno studio intitolato addirittura *Political orientations are correlated to brain structure in young adults*, (L'orientamento politico nei giovani adulti è legato alla struttura del cervello), mentre nel giugno 2018 la IBM presenta Project Debater, una macchina in grado di affrontare una discussione con un essere umano, che può trovare applicazione, spiega Olivia Solon sul Guardian, 'ad esempio nel caso in cui gli organi di un'azienda debbano prendere delle decisioni su argomenti che comportano punti di vista in conflitto tra loro. Il sistema di IA potrebbe seguire la discussione, senza implicazioni di carattere emotivo, prendere in considerazione tutti i dati e le argomentazioni e, se necessario, sottoporre a critica il ragionamento umano'.

Questa attenzione degli scienziati alla società non è soltanto il frutto di una crescente pressione esercitata degli Stati sulla ricerca per sfruttarne politicamente ed economicamente le scoperte. Accanto a questa sollecitazione esterna c'è anche un fattore 'endogeno', in particolare tra i matematici e i fisici. Nuove generazioni di studiosi reagiscono al dominio della matematica e della fisica 'pure' e si orientano a una ricerca che pone al centro il mondo concreto. Oltre a istituzioni come la Rand Corporation anche grandi imprese private raccolgono l'insoddisfazione di questi giovani scienzati. Benoit Mandelbrot, l'inventore dei frattali, ricorda di aver rinunciato a una carriera accademica in Europa e di essere andato negli Stati Uniti a lavorare per la IBM, dal momento che negli ambienti accademici del vecchio continente la sua passione per la geometria e la matematica applicata lo rendevano un personaggio anomalo. Questo interesse per la realtà è il motore di una vera e propria rivoluzione copernicana in ambito matematico e fisico. Mandelbrot spiega che la teoria dei frattali nasce da alcune osservazioni tratte da uno studio sulla variazione dei prezzi del cotone svolto proprio per conto della IBM. Ma essa nasce anche come ribellione a una matematica delle accademie che considerava degne di studio soltanto le funzioni regolari, quelle i cui grafici si presentano come curve prive di spigoli, armoniose, piacevoli da vedere. Il mondo reale però è popolato perlopiù di oggetti e fenomeni caratterizzati da irregolarità, salti, rotture. Per questo Mandelbrot chiama la sua geometria frattale (dal latino *fractus*, spezzato).

L'universo ordinato dei matematici e dei fisici fino almeno al XIX secolo è un'arena in cui ogni disordine è messo al bando, il mondo appare come regolato da ferree leggi deterministiche, grazie alle quali è possibile predire lo stato di un sistema a partire dalle sue 'condizioni iniziali' e mediante le equazioni che ne regolano lo sviluppo e questa conoscenza permette di comprendere i sistemi complessi a partire dalla comprensione dei mattoni con cui essi sono costruiti. La sensazione di onnipotenza suscitata dal progresso scientifico a quell'epoca rischia di far dimenticare che la scienza, per sua natura, parte sempre da semplificazioni arbitrarie della realtà e che

in ciascuna di queste semplificazioni si riflette un'idea (e talvolta anche un'ideologia) non dimostrabile e quindi pre-concetta. Che per due punti passi una e una sola retta, che è uno dei postulati su cui si fonda la geometria euclidea che studiamo a scuola, è qualcosa che si chiede (si postula appunto) che venga universalmente riconosciuto, perché è in qualche misura intuitivo, ma non dimostrabile. La meccanica studia i corpi concentrandosi su alcune loro proprietà (forma, massa, velocità, accelerazione), ma ne ignora altre (ad esempio il colore e la composizione chimica) considerate, in modo tanto legittimo quanto però arbitrario, irrilevanti. In un esercizio di meccanica razionale il fatto che l'attrito dell'aria ostacoli la discesa di una palla su un piano inclinato o che lo sfregamento di una corda su una carrucola provochi una dispersione di energia in forma di calore è irrilevante sì, ma solo perché tutto si svolge in un ambiente artificiale, come in un laboratorio di ricerca dove alcuni parametri (temperatura, umidità, pressione) vengono tenuti artatamente sotto controllo. Tuttavia, nel momento in cui le stesse leggi della meccanica vengono applicate a un problema concreto, ad esempio il calcolo della forza da applicare a un proiettile per spingerlo su una determinata traiettoria, allora dei fattori di cui in un'aula universitaria o in un laboratorio è possibile disinteressarsi bisogna invece tenere conto.

Quando poi ci si avventura nel campo delle scienze umane il ricorso ad alcune semplificazioni è ancora più inevitabile. Ma il fatto che procedere per semplificazione sia legittimo e utile a comprendere il funzionamento della natura e della società non può farci dimenticare che così facendo la nostra mente elabora modelli della realtà, schemi nati per spiegare un fenomeno, che *approssimano* la realtà ma non *sono* la realtà. Perciò quando si passa dal terreno della pura astrazione a quello della matematica e della fisica applicate, i punti e le rette senza dimensioni, gli oggetti perfettamente sferici o rettangolari cedono il passo a oggetti che solo approssimativamente si comportano come le figure geometriche che la matematica è solita studiare. La matematica e la fisica del '900, anche grazie all'enorme contributo dato dallo sviluppo di calcolatori sempre più potenti, a un certo punto si trovano costrette e d'altro canto finalmente pronte ad affrontare la complessità, di cui il caos e l'irregolarità sono caratteristiche sostanziali. E in questa avventura esse scoprono anche che tra la complessità della natura e quella dei fenomeni sociali spesso si osservano suggestive analogie.

A partire almeno dagli anni '90, con la fine della Guerra Fredda e l'apparente trionfo delle politiche neoliberali, la politica ha cercato di compensare la propria progressiva perdita di ruolo in un mondo 'pacificato' e il 'superamento' delle ideologie del '900 sostituendo l'autorevolezza perduta con costanti riferimenti alla Scienza. Al punto che potremmo persino affermare che nella società 'postideologica' la Scienza (rigorosamente con la s maiuscola) è divenuta essa stessa ideologia, in particolare

indispensabile puntello del pensiero unico neoliberale. Da circa trent'anni le politiche di compressione della spesa pubblica e di *deregulation* del mercato del lavoro e dei mercati in generale (*in primis* quelli finanziari) vengono imposte presentandole come misure ineluttabili in quanto dettate dalla 'scienza economica'. Qualunque difesa del *welfare* e dell'intervento pubblico in economia dunque viene bollata come espressione di primitivismo alimentata dall'ignoranza del popolo e riflesso della difesa di 'vecchi privilegi'. Ogni scelta invisa all'*establishment* politico-economico, che sia il voto popolare a favore della Brexit, l'elezione di Trump o la vittoria dei 'populisti' in Italia, viene stigmatizzata come frutto delle decisioni 'di pancia' di una massa di vecchi analfabeti incapaci di comprendere i mutamenti epocali della società. Gli *spin doctor* che elaborano le strategie comunicative dei politici liberali fanno di tutto per mettere i cosiddetti partiti antiestablishment in contraddizione con la 'comunità scientifica'. In Italia ad esempio la cartina di tornasole dell'inaffidabilità dei 'populisti' di recente è stata la questione dei vaccini. A Trump e al suo *entourage* invece viene addebitato in particolar modo il rifiuto di quanto la Scienza sentenzia in materia di ambiente e in particolare di riscaldamento globale. Durante un noto *talk show* televisivo il giornalista Federico Rampini, inviato di Repubblica negli USA, è arrivato persino ad affermare che bisognerebbe vietare di parlare a chi nega il fenomeno, 'evidente' dal punto di vista scientifico. Così facendo la Scienza conduce dritti dritti al reato di opinione, che è la negazione stessa della scienza. D'altra parte sul versante 'populista' assistiamo al fiorire di teorie, chiamiamole per semplicità 'cospirazioniste', che fanno a pugni col più elementare buon senso. Il complottismo, inteso non come smascheramento dei complotti, ma come approccio che usa il complotto come unica chiave di lettura della cronaca, è figlio di un'analisi semplificata dei fenomeni sociali e degli avvenimenti politici, euclidea, per usare una (generosa) analogia con la matematica, in cui ogni fatto è l'effetto lineare di una trama ordita in gran segreto da una piccola e incontrastata cerchia di supercattivi per cui volere è potere. Gli attentati terroristici sono in realtà tutti 'autoattentati' organizzati dai servizi segreti del paese colpito o addirittura messe in scena realizzate con manichini e sangue finto. Le rivoluzioni colorate o floreali e la cosiddetta Primavera Araba sono congiure organizzate a tavolino dalle ONG di Soros in collaborazione con la CIA. I flussi migratori di milioni di persone verso l'Europa sono frutto di una propaganda occidentale che dipinge i paesi come l'Italia come un eldorado o del Piano elaborato negli anni '20 del '900 dal conte austriaco Kalergi. Un approccio che cancella dal palcoscenico della storia il caso, l'errore, la contraddizione, in altre parole una sorta di postmoderna abolizione di quella ragion dialettica, che nella cultura occidentale, da Kant a Hegel, da Marx a Weber, fino alla fine del '900 è stata lo strumento con cui le scienze sociali avevano affrontato la sfida della complessità, che ha luogo, paradossalmente, proprio nel momento in cui anche le scienze 'esatte' iniziano a raccogliere tale sfida.

Su un altro versante, quello del feticismo tecnologico, si assiste invece a una curiosa sintonia tra partiti dell'ordine e 'populisti'. L'esaltazione acritica del *web* come nuovo volano della democrazia partecipativa accomuna l'oligarchia economica e finanziaria delle *dot company* come Google, Amazon, Apple e Facebook (quelle che a inizio mandato hanno sfiduciato l'amministrazione Trump) al fenomeno del renzismo, ma anche a movimenti come il M5S italiano e forze 'antagoniste' come il partito dei Pirati svedese e tedesco, centri sociali e anarchici, rivolgendosi in particolare, non senza successo, a settori giovanili cresciuti nell'era di Internet. In occasione del referendum inglese sulla Brexit Ryanair, la compagnia aerea *low cost* arrivata al successo grazie alle prenotazioni e ai *check-in online*, è diventata il simbolo di una generazione di giovani che possono spostarsi a basso costo da un paese all'altro, una metafora dell'era di libertà inaugurata da Shengen e dal processo di unificazione europea. Una retorica che, in qualche misura, accomuna europeisti ed euroscettici,'populisti' e pro *establishment*, progressisti e conservatori.

A dispetto dell'apparente superamento della ragion dialettica il potere politico-economico sta facendo un utilizzo del progresso scientifico e tecnologico che ne ricalca in pieno lo schema contraddittorio. Da una parte infatti utilizza il paradigma semplificatorio della 'Scienza' e della 'comunità scientifica', dall'altra - come ho accennato all'inizio - investe massicciamente nella ricerca sulla complessità e nell'applicazione dei suoi risultati in campo economico, militare, politico. Come vedremo nelle università si continua a spiegare il funzionamento dell'economia capitalistica basandosi sulla teoria dei mercati perfetti, traduzione matematica del vecchio liberalismo di Adam Smith, ma anche il più sprovveduto giocatore non professionale di Borsa conosce e spesso usa *software* basati sugli studi eterodossi di Mandelbrot e dei suoi allievi sull'analisi multifrattale delle oscillazioni dei prezzi.

Una corretta divulgazione scientifica è fondamentale per spiegare come funziona realmente la ricerca scientifica e fare luce sul nesso tra scienza, società e politica, per confutare schemi semplificatori, per mettere a disposizione del maggior numero di persone gli strumenti necessari ad analizzare in modo realmente (e non sedicentemente) 'scientifico' il mondo circostante e gli eventi che ne scandiscono la storia passata, presente e futura. In particolare una buona letteratura divulgativa andrebbe a beneficio delle classi sociali che vengono progressivamente escluse dall'accesso ai gradi superiori dell'istruzione a seguito del rapido smantellamento della scuola pubblica e delle istituzioni che dovrebbero difendere il diritto allo studio a prescindere dall'appartenenza sociale. Il metodo scientifico d'altro canto è fondamentale non solo per comprendere il mondo, ma anche per cercare di cambiarlo, che è proprio l'oggetto dell'attività politica. Affrontare in modo razionale i problemi dopo averne studiato attentamente i dati, scegliere tra gli strumenti teorici e pratici a disposizione quelli più adatti ad analizzare le singole situazioni e

infine verificare empiricamente le ipotesi: sono i tratti essenziali del metodo scientifico necessari a garantire efficacia nella soluzione di qualunque problema di carattere pratico.

Si parla spesso di 'crisi della politica' in termini di perdita di credibilità, di consenso e del presunto 'primato' che essa eserciterebbe nei confronti dell'economia e della finanza. In realtà la crisi appare più l'effetto di un deficit di pensiero strategico, di cui la perdita di legittimità più che la causa sembra essere un effetto. D'altra parte è abbastanza naturale che la fine della Guerra Fredda e quasi trent'anni di relativa pace sociale abbiano relegato la politica, intesa come strumento di mediazione sociale, a un ruolo più marginale che in passato e prodotto generazioni di politici con capacità strategiche modeste, per non dire inesistenti. La strategia, nel senso etimologico del termine, è infatti la capacità di 'guidare le truppe', che si affievolisce fisiologicamente in tempo di pace. Al contrario l'intensificarsi della competizione economica ha portato un settore ristretto di specialisti a coltivare le applicazioni del pensiero strategico al mercato, così come hanno fatto i militari, per i quali la strategia è da sempre l'ambito naturale e che in questi anni hanno avuto modo di misurarsi in una serie di conflitti sia pure prevalentemente a bassa intensità. Insomma la capacità strategica tende a concentrarsi dove ce n'è più bisogno.

D'altra parte il peso crescente della finanza e dei servizi e l'introduzione di nuove tecnologie hanno cambiato anche i fondamentali della strategia economica. La pianificazione e gli investimenti a lungo termine sembrano essere soppiantati dalla cultura del mordi e fuggi modellata sulle transazioni di Borsa a breve termine. Ma si tratta di una lettura solamente parziale. L'impetuoso sviluppo industriale cinese, così come l'ascesa delle grandi *dot company* come Amazon, Google, Facebook, delle compagnie di trasporto *low cost,* della cosiddetta *sharing economy* o di singole aziende innovative come Ikea dimostrano semmai che dal punto di vista economico il pensiero strategico, così come la produzione, si è piuttosto ridislocato in nuove aree geografiche e in nuovi settori produttivi e si è redistribuito dal basso verso l'alto diventando una prerogativa dei grandi gruppi economici (o, più raramente, di piccole imprese di nicchia), a scapito della piccola e media impresa.

Esiste un'ampia letteratura che tratta in modo specifico l'applicazione di singole teorie matematiche a specifici campi delle scienze umane. Nelle pagine che seguono citerò numerosi articoli scritti da ufficiali delle forze armate sull'utilizzo della teoria dei giochi o del concetto di caos deterministico in ambito militare, gli studi già menzionati di Mandelbrot sui mercati finanziari, l'utilizzo della teoria delle reti e della teoria del caos in campo economico e nella scienza dell'organizzazione. Non esiste invece una trattazione più generale dell'influenza che la moderna matematica sviluppatasi nel secondo dopoguerra sta esercitando nel campo delle scienze sociali

e in particolare nella sfera politica e dei movimenti sociali. Per questo ho pensato che potesse essere utile passare in rassegna alcune branchie di questa ‘nuova matematica’, riassumendone i concetti fondamentali e descrivendone alcune applicazioni in fase di studio o già operative nel campo delle scienze sociali, infine citando alcuni esempi di possibili applicazioni di tali discipline in ambito politico. Ho cercato di mantenere per tutto il corso dell’esposizione un taglio divulgativo, in alcuni casi prediligendo la comprensione intuitiva al rigore formale. Il mio obiettivo infatti è rendere il libro comprensibile a chiunque abbia nozioni di matematica elementari, riducendo al minimo indispensabile i formalismi matematici nel testo e concentrandoli nelle note, concepite come un’integrazione che può essere anche saltata a piè pari, a meno che non si intenda avere una comprensione più generale e più precisa dal punto di vista matematico degli argomenti trattati.

Geometria frattale

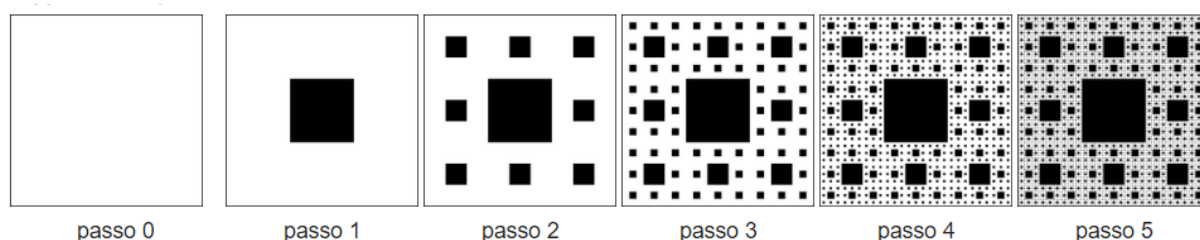
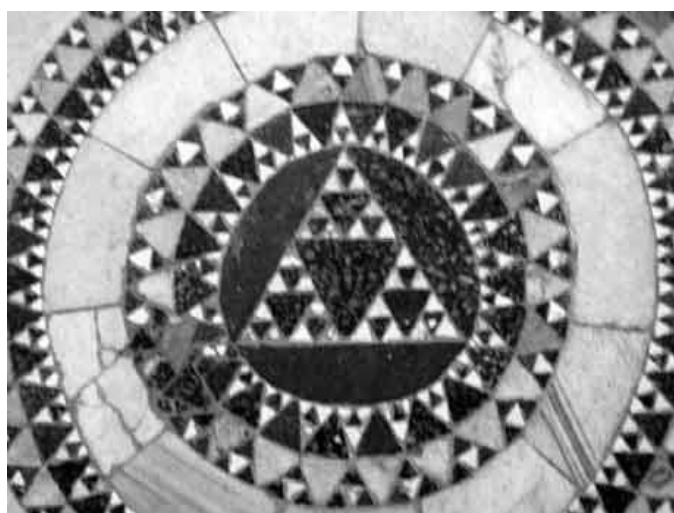
Benoit Mandelbrot, che elaborò la teoria dei frattali, racconta di aver nutrito sempre un particolare interesse per le applicazioni della matematica agli aspetti più scabri (in inglese *rough*) e irregolari della natura. Da studente studia gli aspetti quantitativi del linguaggio (ad esempio quante volte alcune parole si presentano nel linguaggio comune), incontrando una certa diffidenza nel mondo accademico, poi si trasferisce negli Stati Uniti, alla IBM, dove sviluppa quel suo interesse studiando le oscillazioni dei prezzi del cotone e il fenomeno del rumore nelle trasmissioni elettriche[1]. Nello studio di questi e di altri fenomeni (ad esempio la distribuzione del reddito nella società, il profilo delle coste di un'isola) Mandelbrot come a partire da un materia apparentemente irregolare spesso in natura emergano strutture caratterizzate da una qualche forma di regolarità. Questa regolarità si manifesta in particolare nel fenomeno dell'invarianza di scala, che contraddistingue oggetti o fenomeni con una forma o un andamento apparentemente disordinato, in cui però esiste una relazione di autosimilarità che ne lega le parti al tutto. Ad esempio ci sono oggetti che sono frutto della ripetizione di uno schema ricorsivo, per cui essi, considerati nel loro complesso, hanno la stessa forma delle piccole parti che li costituiscono, le quali a loro volta hanno la stessa forma delle parti ancora più piccole di cui sono fatte e via dicendo. Tra gli esempi più noti il broccolo romano, costituito da una serie di cime, che hanno la stessa forma del cavolo di cui sono parte o la foglia della felce, formata da un insieme di piccole parti, ciascuna delle quali ricalca in piccolo la foglia intera oppure ancora la struttura ramificata di un albero, in cui i rami più grandi hanno una forma analoga alle ramificazioni più piccole da cui sono costituiti.

Questo struttura autosimilare è caratteristica anche di alcune figure geometriche conosciute da secoli, ma fino a pochi anni fa considerate dai matematici oggetti 'mostruosi', in quanto particolarmente irregolari[2]. Tra queste si è soliti citare il 'tappeto di Sierpinski', dal nome del matematico polacco Waclaw Sierpinski, il primo a studiarne le proprietà nel 1916 (in molti testi si fa riferimento analogamente alla 'piramide di Sierpinski', costruita analogamente ma di forma triangolare invece che quadrata). Il tappeto si costruisce a partire da un quadrato (nel caso della piramide da un triangolo) attraverso un procedimento ricorsivo, cioè mediante la ripetizione *ad libitum* di 4 passi. La procedura è la seguente:

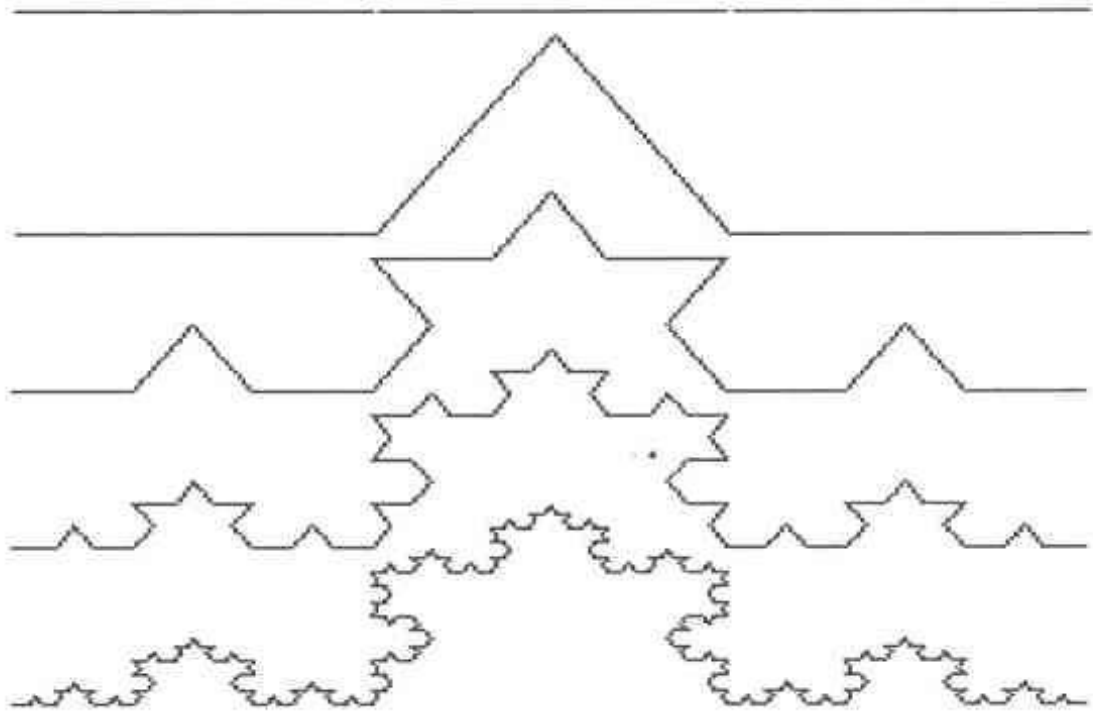
a. Si prende un quadrato

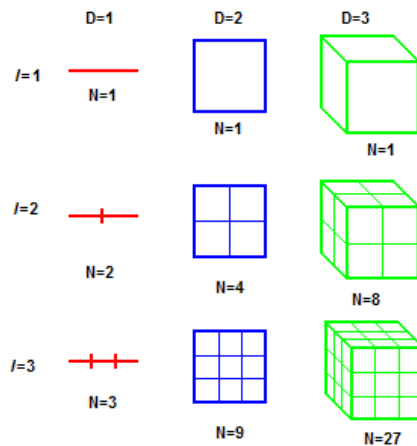
b. lo si divide in 9 quadrati uguali tra loro

c. si elimina il quadrato centrale

d. per ogni quadrato si ripetono i passi b. e c.

Analogamente la piramide si costruisce dividendo un triangolo equilatero in 4 triangoli equilateri di uguali dimensioni e cancellando quello centrale. Come si vede dall'immagine sotto, un mosaico nella chiesa di Santa Maria Maggiore a Civita Castellana, si tratta di figure geometriche disegnate note già da secoli.

Un altro frattale famoso è la 'curva di Von Koch'. Si tratta di una figura che si costruisce mediante i seguenti passi:

a. si prende un segmento di qualunque lunghezza

b. se ne cancella il terzo centrale sostituendolo con due segmenti identici che costituiscono i due lati di un triangolo con base pari a un terzo del segmento.
Il risultato è la curva qui sotto, qualcuno la chiama ‘fiocco di neve’ o ‘merletto’, caratterizzata dalla proprietà di essere una figura chiusa ma con un perimetro che man mano che si ripete il procedimento si allunga tendendo all’infinito.

Mandelbrot definisce i frattali anche a partire da una formulazione del concetto di dimensione che mutua dai lavori del matematico Felix Hausdorf (1918). Che cos’è la la dimensione di una figura geometrica? Sappiano che per definizione i punti non hanno dimensioni o, in altri termini, hanno dimensione pari a 0. Le linee hanno dimensione 1, le superfici 2 e i solidi 3, il che corrisponde al numero delle coordinate necessarie a individuare un qualsiasi punto di queste figure. Ad esempio, se ci muoviamo su un segmento, qualunque punto sarà individuato dalla distanza che lo separa da uno dei suoi estremi. Un punto su una superficie verrà individuato da una coppia di coordinate, ad esempio sulla superficie sferica della Terra dalla latitudine e dalla longitudine. In uno spazio a tre dimensioni dovremo introdurre una terza coordinata. Ora cerchiamo generalizzare questa definizione anche ai frattali.

La caratteristica essenziali dei frattali – come abbiamo visto – è l’autosimilarità, cioè la similitudine tra parti e tutto. Ciò significa che possiamo costruire un frattale a partire da una sua parte moltiplicandola (come nel caso della linea di Koch) oppure a partire dal tutto dividendolo (come nel caso delle figure di Sierpinski). Applichiamo quest’ultimo procedimento a figure ordinarie come rette, quadrati o cubi.

Immaginiamo di dividere per l una retta o ciascuno dei lati o degli spigoli che delimitano un quadrato. Così facendo divideremo ciascuna figura in N parti (vedi la figura sopra). E' facile verificare che il numero di parti in cui ciascuna figura si trova a essere divisa al variare di l è $N(l)=l^D$, dove D è proprio la dimensione di ciascuna figura. Applicando a entrambe i lati dell'equazione la funzione logaritmo in base l (il logaritmo di un numero è l'esponente che bisogna dare alla base per ottenere il numero stesso, cioè $a^{Log_a b}=b$) otteniamo $Log_l N(l)=Log_l l^D$ e quindi $Log_l N(l)=D$, da cui, per la proprietà del cambiamento di base dei logaritmi: Log N(l)/Log l=D (qualunque base abbia il logaritmo). A partire da questa osservazione possiamo definire la dimensione di una figura come il rapporto tra il logaritmo del numero delle parti in cui divido ciascuna figura e il logaritmo delle parti in cui divido i suoi lati o spigoli..

Applichiamo lo stesso procedimento per calcolare D nel caso del triangolo di Sierpinski. Come abbiamo visto per costruire questa figura devo unire i punti medi di ciascun lato del triangolo di partenza,.ottenendo tre triangoli simili a esso. Cioè divido ciascun lato per l=2 e ottengo N(l)=3 triangoli. Dunque la dimensione sarà D=Log3/Log2=1,585. Facciamo lo stesso con la curva di Von Koch: in questo caso dividendo il segmento di partenza per l=3 ottengo N(3)=4 segmenti simili, per cui D=Log4/Log3=1,262.

Quale situazione reale corrisponde a questo formalismo matematico? Ipotizziamo di osservare la Sicilia da un satellite che viaggia lungo l'orbita terrestre. Da quell'altezza l'isola apparirà come un triangolo isoscele inclinato verso sinistra. Man mano che mi avvicino il profilo della costa si rivelerà una linea sempre più frastagliata, una spezzata costituita dal susseguirsi di segmenti sempre più piccoli e più numerosi, molto simile alla curva di Von Koch. Tanto più scendo verso terra tanto più cioè la linea si arricchirà di nuovi segmenti sempre più piccoli e la sua lunghezza, quindi, tenderà all'infinito. Proprio come a partire da un segmento (quindi da una figura di dimensione 1) attraverso il procedimento di Von Koch ho ottenuto una curva più frastagliata di dimensione superiore a 1, così a mano a mano che scendo di quota e mi avvicino alla superficie della Sicilia la dimensione e la lunghezza del profilo della costa aumentano. Chiamiamo D 'dimensione frattale'. Possiamo osservare che la

dimensione D di un oggetto cresce man mano che esso si fa più irregolare, si arricchisce di cuspidi e tende a 'occupare' una parte maggiore dello spazio in cui esso è collocato e viceversa diminuisce se quell'oggetto si fa meno compatto, perché si riempie di buchi. Le figure di Sierpinski, ad esempio, vengono costruite a partire da triangoli e quadrati, figure bidimensionali, per 'sottrazione' e quindi avranno una dimensione inferiore a 2. Allo stesso modo possiamo considerare una spugna come ciò che si ottiene da un oggetto tridimensionale bucherellandolo secondo una procedura ricorsiva. Essa quindi avrà una dimensione compresa inferiore a 3. A questo punto possiamo dire che i frattali sono figure con una dimensione frattale non intera (1,2, o 3) come le figure euclidee, ma frazionaria.

Viene naturale chiedersi se, aldilà dell'interesse che queste bizzarre figure piene di asperità e di vuoti possono rivestire per un matematico, il loro studio rivesta anche un interesse pratico. L'intestino tenue dell'uomo ha una superficie esterna di circa mezzo metro quadrato, ma la presenza di 'rugosità' nella membrana interna fa sì che se lo aprissimo e lo 'distendessimo' su una superficie piana copriremmo un'area simile a quella di un campo da calcio. Dunque si tratta di una figura chiusa con una superficie enorme, proprio a causa della presenza di asperità e irregolarità della superfice. La stessa cosa, lo abbiamo visto, vale per il profilo delle coste ma anche se analizziamo le ramificazioni disegnate da un fiume e di propri affluenti, così come, lo vedremo oltre, le oscillazioni del valore dei titoli di Borsa.

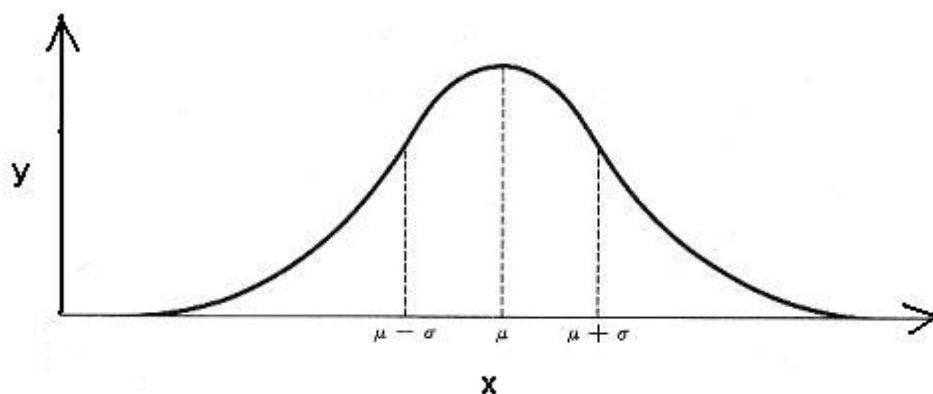
Torniamo al 'fiocco' di Von Koch e immaginiamo di rendere più complesso il processo di costruzione introducendo un numero maggiore di passi. Ad esempio possiamo costruire i triangoli sulla parte mediana del segmento di partenza in modo che i due lati non siano uguali oppure disegnarli in modo che puntino verso l'interno oltre che verso l'esterno della figura. Oppure possiamo utilizzare entrambe queste opzioni e decidere di seguire una regola (ad es. una volta i due lati del triangolo sono uguali e due sono diversi) oppure che a ogni passo si tiri a sorte. In questo modo, manipolando le regole da cui siamo partiti in modo conveniente, otterremo un profilo che tende ad assomigliare sempre più al profilo di una costa naturale. Che cosa significa? Significa che possiamo utilizzare la geometria frattale per studiare l'intestino umano oppure il profilo di una costa, dunque oggetti estremamente irregolari, analizzando le proprietà di curve frattali definite da noi e che ne imitano l'andamento con sufficiente approssimazione. Alo stesso modo in cui gli astronomi per studiare i pianeti, approssimativamente sferici, e le loro orbite, pressapoco ellittiche, hanno utilizzato la geometria euclidea. E possiamo farlo perché l'intestino umano, la costa e i frattali condividono una proprietà essenziale. Torniamo all'esempio della visione dall'alto. Abbiamo visto che partendo da una quota di mille metri e scendendo siamo in grado di analizzare con crescente precisione il profilo

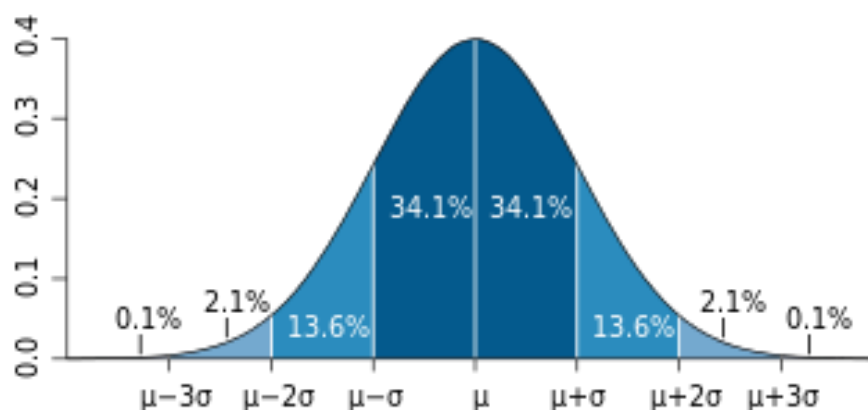
della costa e che la sua lunghezza tende a crescere. Noteremmo però anche che la forma delle sinuosità che nel loro susseguirsi disegnano tale profilo non cambia man mano che scendiamo verso il livello del mare. Cioè il profilo della costa è caratterizzato da un'invarianza di scala. Proprio come il broccolo romano o la foglia della felce. E questa, l'autosimilarità, è la proprietà caratteristica dei frattali condivisa - come vedremo - da molti oggetti e fenomeni naturali e sociali.

Agli inizi degli anni 2000 Mandelbrot scrive un testo, *Il disordine dei mercati. Una visione frattale di rischio, rovina e redditività*, che ricapitola gli studi sulle oscillazioni dei prezzi del cotone intrapresi alla IBM negli anni '60 e ampliati negli anni successivi analizzando più in generale l'andamento dei titoli di Borsa, dei prezzi di mercato, in particolare delle materie prime, e dei tassi di cambio. La tesi alla base di queste sue ricerche, che almeno inizialmente gli attirerà molte critiche e ancora oggi, pur confermata di fatti, viene largamente ignorata, è che i modelli matematici utilizzati per studiare quei fenomeni si basino su una serie di presupposti non suffragati dall'esperienza. Mentre Mandelbrot comincia a dedicarsi allo studio dell'economia un professore del MIT traduce per la prima volta in inglese la tesi laurea di un matematico francese, Louis Bachelier, che agli inizi del '900, analizzando l'andamento dei titoli di Stato francesi, aveva ipotizzato che le loro fluttuazioni riproducessero le oscillazioni di piccole particelle (ad es. pollini) su una superficie di acqua immobile, un fenomeno osservato per la prima volta nel 1827 dal biologo inglese Robert Brown e passato alla storia appunto come 'moto browniano'. Nel 1905 Einstein spiegò il fenomeno analizzandolo a livello micro e macroscopico. A livello microscopico le particelle di polline si muovono perché si scontrano con le molecole dell'acqua in perenne agitazione a causa dell'energia cinetica delle molecole di acqua, il calore. Tale moto dunque è regolato dalle equazioni della meccanica di Newton. Queste tuttavia consentono di prevedere con esattezza il moto di un oggetto solo se si conoscono con precisione le condizioni iniziali del processo. Poiché nel caso del moto browniano è impossibile conoscere le condizioni iniziali, Einstein suggerisce di considerare il fenomeno a livello macroscopico come un processo casuale che è possibile analizzare semplicemente in termini probabilistici. Un compito svolto successivamente da Norbert Wiener, il poliedrico padre della cibernetica, il quale mostra che le traiettorie delle particelle in moto browniano, pur essendo continue, prive cioè di salti, sono estremamente irregolari e imprevedibili. Utilizzando metodi probabilistici Wiener trova una formula per descrivere le traiettorie probabili non delle singole particelle, ma di grappoli di esse.

L'ipotesi di Bachelier, che è all'origine di quella che oggi viene definita teoria del mercato efficiente, è dunque che l'oscillazione dei prezzi possa essere studiata utilizzando come modello il moto browniano, cioè un processo casuale e analizzabile attraverso il calcolo delle probabilità. Cioè non sarà possibile, a partire dall'attuale

quotazione di un titolo, prevedere quanto esso varrà tra un mese, ma potremo calcolare con un margine sufficientemente ridotto di errore, che probabilità esso ha di aumentare o di diminuire e di quanto.

Per poter calcolare la probabilità di un fenomeno è necessario capire prima che tipo di distribuzione probabilistica lo caratterizza. Che cosa vuol dire? Prendiamo un tiratore scelto che spari 100 volte a un bersaglio con una carabina di precisione. La statistica ci dice che su 100 tiri colpirà il centro del bersaglio alcune volte, sbaglierà di molto pochissime volte e sbaglierà di poco parecchie volte. Se però il tiratore è bendato il risultato sarà molto diverso. I matematici direbbero che le due situazioni hanno distribuzioni probabilistiche diverse. La distribuzione probabilistica del primo esempio viene chiamata dai matematici distribuzione 'normale' o gaussiana, dal nome del matematico tedesco Carl Friedrich Gauss, vissuto a cavallo tra il XVIII e il XIX secolo. La rappresentazione grafica di tale distribuzione è la curva a campana o curva di Gauss rappresentata qui sotto.

Nella figura sull'asse orizzontale X sono tracciati in ordine crescente i valori che può assumere un evento, sull'asse verticale Y la frequenza con cui esso si ripresenta. Ipotizziamo di studiare la statura della popolazione maschile italiana. Se misuriamo l'altezza di tutti i maschi italiani, sommiamo tutti i valori e la dividiamo per il numero di persone che abbiamo misurato otteniamo una media di circa un metro e 78 centimetri. Oltre alla media è possibile calcolare la deviazione standard, che è una misura statistica dello scostamento più frequente dalla media. Nel nostro caso è 15 centimetri. Nella figura la media (178 cm) è rappresentata dalla lettera greca μ e la deviazione standard (15 cm) dalla lettera greca σ. A colpo d'occhio la curva di Gauss ci mostra che la maggior parte dei maschi italiani ha un'altezza che si discosta di poco dalla media. Andando a sinistra o a destra verso i valori estremi, cioè altezza nulla o altezza infinita i casi la frequenza diminuisce fino ad annullarsi. La figura successiva, rispetto a quella precedente, ci fornisce anche qualche informazione in più. La superficie compresa tra la gaussiana e l'asse orizzontale rappresenta il totale della popolazione maschile italiana. La superficie compresa invece tra la gaussiana e

la porzione di asse orizzontale tra μ-σ e μ+σ rappresenta la quota di maschi italiani la cui altezza si discosta dalla media con uno scostamento minore o uguale alla deviazione standard, la superficie calcolata analogamente tra μ-2σ e μ+2σ rappresenta la quota di maschi italiani con uno scostamento minore o uguale a due deviazioni standard e così via. Misurando l'area della superficie sottesa alla curva e quella compresa tra μ-σ e μ+σ e facendo una semplice proporzione ne ricaviamo che il 68,2% dei maschi italiani ha una statura compresa tra 178-15=163cm e 178+15=193cm. Analogamente il 95,4% dei maschi italiani è compreso tra 148 e 208 cm e il 99,9% tra 118 e 223 cm. Se la statistica, che misura oggetti reali nel presente, ci dice che queste sono le percentuali, il calcolo delle probabilità, che invece si proietta verso il futuro, ci dice che se gironzoliamo a casaccio nelle strade italiane abbiamo un 68,27% di probabilità di incontrare un italiano di sesso maschile compreso nella prima fascia, un 95,45% di incontrarne uno della seconda e una sostanziale certezza che non incontreremo nessuno appartenente alla terza fascia.

Avviciniamoci all'economia, in particolare alla Borsa. E' nell'uso comune dire che chi compra e vende titoli 'gioca' in Borsa. E in effetti è possibile rappresentare le transazioni finanziarie come un gioco. Vedremo in un altro capitolo che in effetti la teoria matematica dei giochi viene impiegata massicciamente in campo economico. Ma qui rimaniamo nell'ambito più ristretto della teoria della probabilità. Prendiamo uno dei giochi più semplici, ossia il lancio dei dadi, che segue le regole gaussiane. La curva a campana in questo caso ci dice che, lanciando due dadi la probabilità più consistente è che otteniamo i valori intermedi 5 o 6, piuttosto che gli estremi 2 e 12.. Intuitivamente la ragione è che mentre ci sono molte combinazioni che danno come risultato 5 e 6 (ad esempio viene 6 se i dadi indicano 2 e 4, 4 e 2, 3 e 3, 5 e 1, 1 e 5), il risultato è 2 solo se i dadi indicano entrambe 1 e 12 solo se indicano entrambe 6. Il gioco dei dadi possiede un'altra caratteristica significativa dal punto di vista probabilistico e cioè che ogni lancio non esercita alcuna influenza sull'esito del lancio successivo. I lanci sono dunque 'eventi indipendenti'. Allo stesso modo se estraggo più volte una carta da un mazzo di 40 carte e ogni volta rimetto la carta

estratta nel mazzo, ogni estrazione non influenza l'estrazione successiva, mentre, se metto da parte la carta estratta, ogni lancio influenza quello dopo. Se estraggo un 2 e lo scarto la volta dopo la possibilità di ottenere un 2 sarà ridotta del 25%, dato che in un mazzo ci sono solo quattro 2. Se considero anche il seme, una volta estratto ed eliminato il 2 di fiori, la probabilità di estrarlo di nuovo sarà pari a 0.

L'ipotesi di Bachelier, a partire da cui è stata formulata la dottrina del mercato efficiente, è che i mercati funzionino come il gioco dei dadi, cioè che 1. la fluttuazione dei prezzi dei titoli consista in una serie di piccole oscillazioni attorno a un valore medio e quindi che il rischio per un investitore oculato sia relativamente basso; 2. che ogni singola transazione non influenzi le transazioni successive, cioè che quanto succederà domani non sia influenzato da quanto è successo oggi. Negli anni '70 Eugene Fama, un allievo di Mandebrot spiega questa seconda affermazione spiegando che il valore di un titolo è determinato esclusivamente dal fatto che gli operatori di mercato sono pienamente a conoscenza delle informazioni inerenti quel titolo necessarie per decidere se comprarlo o venderlo e a che prezzo e prendono questa decisione sulla base di motivazioni razionali (di qui l'idea del mercato 'efficiente'). Si tratta di un'asserzione facile da smentire. Infatti non tutti gli investitori possiedono le stesse informazioni sui titoli in vendita. Non a caso il codice penale prevede il reato di aggiotaggio, che si verifica quando un investitore specula su un titolo avvalendosi di informazioni riservate. E il comportamento di molti 'giocatori' è tutto tranne che razionale. Spesso un'ondata di panico o di euforia provoca un rapido aumento delle vendite o degli acquisti, che spinge la Borsa verso il precipizio o verso l'apoteosi. Mandelbrot però, da buon scienziato, non si accontenta del buon senso, ma, studiando le serie storiche, dimostra, dati alla mano, che le due condizioni alla base del modello di Bachelier sono smentite dai fatti. Misurando la frequenza dei crolli e delle impennate dei mercati finanziari in oltre un secolo di transazioni emerge infatti che quegli eventi estremi si succedono a un ritmo così elevato che la teoria di Bachelier non è in grado di giustificare. Per tornare agli esempi precedenti, è come se passeggiando nelle strade della nostra città incontrassimo 10 persone alte più di 2 metri, anche se lì vicino non c'è alcun *match* di pallacanestro. Oppure come se, tirando i dadi, facessimo 12 per 5 lanci consecutivi. Secondo la teoria di Bachelier una volta che si è verificato un crollo della Borsa come quello del 1929 dovrebbero passare migliaia di anni prima che se ne ripresenti uno analogo e tra crisi finanziarie di minore entità dovrebbero intercorrere dei secoli. Ovviamente il calcolo delle probabilità non ci consente di prevedere il futuro con esattezza, ma se eventi assolutamente improbabili si ripetono 3-4 volte in 10-20 anni, significa che nel modello matematico che abbiamo adottato c'è qualcosa che non funziona. Allo stesso modo dai grafici delle quotazioni si ricava che ogni volta che in Borsa c'è una brusca caduta o salita dei prezzi è molto

più probabile che nei giorni successivi i prezzi continuino a scendere o a salire ovvero è falso che ciò che avviene oggi non si ripercuote su ciò che avverrà domani.

Mandelbrot non si limita a fare queste osservazioni, ma dimostra che quei grafici non solo non sono regolari come dovrebbero se i mercati fossero effettivamente ‘efficienti’, ma anzi hanno un andamento di carattere frattale. Così come è possibile disegnare il profilo di una costa artificiale ispirandoci al procedimento di costruzione della curva di Von Koch, ma modificandone le regole, così il matematico belga, a partire da alcune linee spezzate molto semplici, applicando in modo ricorsivo alcune regole e comprimendo o dilatando orizzontalmente o verticalmente quelle linee, disegna alcuni grafici di Borsa ‘artificiali’, che sono sostanzialmente indistinguibili dai veri grafici finanziari. Anche in questo caso infatti, sempre analizzando le serie storiche delle quotazioni, Mandelbrot si rende conto che le oscillazioni seguono un tracciato molto simile a prescindere dall’intervallo di tempo considerato, cioè sono invarianti di scala. Non a caso oggi molti *trader* utilizzano *software* per l’analisi dei titoli che utilizzando procedimenti di carattere frattale. Insomma ci troviamo ina una situazione paradossale, in cui gli operatori finanziari usano strumenti matematici che contraddicono la teoria dei mercati finanziari insegnata più comunemente nelle università. Una teoria che sta anche alla base dell’attuale dibattito politico e mediatico sull’economia, in particolare da quando, ai tempi del mitico Everardo Della Noce, la Borsa è stata trasformata in un ingrediente fondamentale dell’informazione, popolarizzando l’idea che se oggi la Borsa di Milano fa +3% stiamo tutti un po’ meglio, mentre se domani scende del 4% è un problema per l’intera nazione. D’altra parte il fatto che il modello frattale sia più congruo di quello di Bachelier e Fama alla realtà dei mercati finanziari non significa che esso ci consenta di prevedere il futuro. Mandelbrot, nella parte finale del suo saggio, si interroga sui possibili sviluppi della sua teoria, limitandosi a ipotizzare che quanto meno essa possa contribuire a ridurre i rischi. Ma ciò che emerge dall’applicazione dei frattali all’economia è soprattutto che essi sono uno strumento matematico particolarmente potente nell’analisi di fenomeni naturali e sociali particolarmente complessi e ‘irregolari’, come vedremo anche a proposito della teoria del caos.

Teoria dei giochi

Come abbiamo visto la teoria del mercato efficiente analizza le transazioni finanziarie come se si trattasse di un gioco a dadi. L'idea che fenomeni sociali e politici complessi possano essere riprodotti, semplificandoli, mediante una serie di 'attrezzi' da gioco e un sistema di regole è estremamente antica. Gli scacchi, un gioco di strategia che ha origini nell'India del VI secolo, rappresentano chiaramente una schematizzazione dello scontro tra due Stati, così come molti di noi da ragazzini si sono avvicinati all'idea della guerra o degli affari giocando a battaglia navale, a Risiko o a Monopoli. La morra cinese, quella in cui le mani mimano sasso, carta e forbice, secondo alcuni risale a circa 2000 anni fa ed è anch'essa un gioco che mima un conflitto tra due o più giocatori. Poiché il gioco e il gioco d'azzardo in particolare sono vecchi come il mondo era inevitabile che, con lo sviluppo della matematica moderna, qualcuno pensasse di applicare gli strumenti del calcolo per cercare di vincere più spesso. Il calcolo delle probabilità nasce tra il XVI e il XVII secolo, proprio dalle ricerche dedicate da matematici come l'italiano Cardano e il francese Pascal al gioco dei dadi. Qualche secolo dopo lo sviluppo dei calcolatori elettronici ha reso possibile la creazione di programmi in grado di giocare a scacchi con un'efficacia crescente, fino a quando, nel 1996, Deep Blue, un calcolatore prodotto dalla IBM, riuscì per la prima volta a sconfiggere un campione del mondo, il russo Garri Kasparov. D'altra parte chiunque di noi tende a elaborare sistemi di regole in grado di aiutarci a risolvere i problemi quotidiani, inclusi, per alcuni, strategie per vincere al gioco. Un articolo pubblicato nel 2014 da un gruppo di ricercatori dell'Università Zhejiang in Cina ha evidenziato che nella morra cinese i giocatori in caso di vittoria tendono a mantenere la stessa mossa, se perdono tendono invece a cambiarla e, in caso di pareggio, a salire di livello, ad esempio passando da carta a forbice o da forbice a sasso. In questo caso, poiché si tratta di scelte perlopiù istintive, siamo nel campo di studio della psicologia comportamentale e delle neuroscienze. Quando invece una questione strategica viene affrontata in modo razionale e mediante metodi quantitativi nasce la teoria dei giochi. Il nome viene coniato da Emil Borel negli anni '20, ma è nel 1944 che John Von Neumann e Oskar Morgenstern pubblicano il volume *Teoria dei giochi e comportamento economico*, indirizzando questa disciplina subito verso l'applicazione alle scienze sociali (proprio da quel libro tra l'altro verranno gli spunti per realizzare la prima macchina in grado di giocare a

scacchi). Von Neumann, tedesco, si era rifugiato negli Stati Uniti dopo l'ascesa di Hitler, mettendo la propria abilità al servizio della politica americana, partecipando al già citato progetto Manhattan per la costruzione della bomba atomica e collaborando con la Rand Corporation, sempre nell'ambito della ricerca nucleare militare. Sono gli anni della Guerra Fredda, in cui ciascuna delle superpotenze minaccia l'altra di colpirla con la bomba atomica se metterà in pericolo la propria sicurezza nazionale superando con la propria ostilità una determinata soglia di guardia. Alla fine né USA né URSS scatenano un conflitto nucleare, ma se entrambe avessero deciso contemporaneamente di colpirsi i due paesi ne sarebbero usciti distrutti. Dal momento che non è successo possiamo dire che la deterrenza nucleare ha funzionato. La situazione ricorda la famosa scena del film *Gioventù bruciata*, con James Dean, in cui due giovani si sfidano lanciando le proprie auto verso un burrone in una prova di coraggio (o incoscienza) che - più o meno consapevolmente - evoca proprio la sfida mortale tra le due superpotenze (il film è del 1955, dunque siamo in piena guerra fredda). Una situazione che la teoria dei giochi ha chiamato il 'gioco del pollo'. Non è casuale il fatto che proprio in quegli anni la Rand Corporation, istituzione finanziata dalla US Air Force, oltre che ingaggiare Von Neumann, decida di investire proprio nell'ambito della teoria dei giochi assumendo come consulente il 22enne brillante matematico John Nash, che un anno prima, nel 1949, aveva scritto un saggio grazie al quale quasi mezzo secolo dopo avrebbe ottenuto uno dei riconoscimenti più prestigiosi a cui uno scienziato possa aspirare.

Il maggiore contributo di Nash alla teoria dei giochi (e in particolare alla teoria dei giochi non cooperativi, quelli in cui, per intenderci, i giocatori non possono 'allearsi'), è la formulazione del concetto di equilibrio di Nash. Per spiegare che cos'è l'equilibrio di Nash cerco di introdurre, evitando ancora una volta formalismi non necessari, alcune definizioni. Un gioco può essere riprodotto nel linguaggio della matematica pensando che ci siano un certo numero di giocatori, un sistema di regole che definisce le strategie possibili (nel caso 'del pollo', si può sterzare o andare avanti) e un insieme di funzioni che associa a ogni strategia di ciascun giocatore un *pay off*, cioè un guadagno (o una perdita). Per rappresentare questa situazione in termini intuitivi si usano delle matrici ovvero delle tabelle che indicano quale *pay off* corrisponde all'incrociarsi delle diverse strategie dei giocatori. Nel caso del gioco del pollo ogni giocatore ha di fronte a sé 4 possibilità:
- sterzare prima di precipitare nel burrone. In tal caso (a) se anche l'altro guidatore sterza pareggiano e fanno tutti e due la figura dei polli oppure (b) se l'altro va avanti uno fa la figura del pollo e l'altro vince.
- andare avanti e in quel caso (c) se l'altro sterza vince facendogli fare la figura del pollo oppure (d) se anche l'altro va avanti vanno a finire nel burrone tutti e due.

Questa situazione viene riassunta in modo schematico nelle due matrici qui sotto. La prima colonna (da sinistra) e la prima riga (dall'alto) rappresentano le strategie a

disposizione dei due guidatori, mentre negli incroci si trovano i loro rispettivi *pay off* nei 4 casi possibili. Per comodità invece di usare delle parole si può indicare il *pay off* con un numero, come abbiamo fatto nella seconda matrice. Questa seconda notazione è utile perché mette in evidenza che non si tratta di un gioco 'a somma zero', cioè in cui ciò che un giocatore guadagna corrisponde a ciò che l'altro perde. Qui infatti in un caso (quello in cui tutti e due finiscono nel burrone) possono perdere entrambe la stessa posta in gioco (la vita).

...	Sterza	Continua Diritto
Sterza	(pareggio, pareggio)	(pollo, vince)
Continua Diritto	(vince, pollo)	(muore, muore)

...	Sterza	Continua Diritto
Sterza	(0, 0)	(-1, 1)
Continua Diritto	(1, -1)	(-10, -10)

Proprio negli anni '50 Nash dimostra che in ogni gioco finito (cioè con un numero finito di giocatori e di strategie) esiste sempre una situazione di equilibrio, in cui ciascun giocatore non ha interesse a modificare unilateralmente la propria strategia, perché ciò non aumenterebbe il suo guadagno. Prima di vedere le conseguenze di questa affermazione facciamo un esempio concreto, a partire da un altro famoso gioco, il 'dilemma del prigioniero': viene commesso un crimine e due persone vengono arrestate dalla polizia e interrogate in celle separate, per cui nessuno dei due sa cosa dirà l'altro. Il magistrato trova un modo originale e un po' spiccio per indurre il colpevole a confessare. Promette a ciascuno degli indagati che se confesserà avrà una riduzione di pena da 10 a 5 anni, se invece si proclamerà innocente potrà essere assolto (se l'altro indagato confessa il crimine) oppure avrà il massimo della pena (se anche l'altro si proclamerà innocente). Se nessuno dei due confesserà entrambe sconteranno una pena di un anno. La matrice è la seguente (i valori delle pene hanno segno negativo perché rappresentano una perdita):

(C = Confessa; NC = Non Confessa)

	Prigioniero B (C)	Prigioniero B (NC)
Prigioniero A (C)	(-5, -5)	(0, -10)
Prigioniero A (NC)	(-10, 0)	(-1, -1)

La teoria dei giochi, partendo dal presupposto che ciascuno dei giocatori sia razionale, afferma che la migliore tattica per ciascuno dei due è confessare, perché è l'unica che dà la certezza di evitare comunque il peggio, cioè scontare 10 anni di galera. La situazione in cui entrambe i sospetti seguono questa strategia e confessano è un equilibrio di Nash, perché a quel punto nessuno dei due ha interesse a cambiare strategia, protestandosi innocente, a meno che l'altro non cambi strategia a sua volta e confessi (e ammesso che l'uno venga informato della scelta dell'altro).

Il teorema di Nash è la traduzione matematica di ciò che in campo economico il matematico ottocentesco Cournot chiamò l'equilibrio di duopolio, ma che alcuni studiosi hanno dimostrato verificarsi anche in una situazione di oligopolio. In altre parole in un mercato caratterizzato dalla presenza dominante di pochi operatori la competizione economica a un certo punto tende ad assestarsi, raggiungendo un punto di equilibrio in cui nessuna azienda ha interesse a modificare la propria strategia assumendo un atteggiamento aggressivo nei confronti dei concorrenti. Il teorema di Nash contribuisce anche a smentire la teoria liberale dell'efficienza dei mercati, quella formulata per la prima volta da Adam Smith attraverso la metafora della 'mano invisibile'. Smith infatti affermava che benché i possessori di capitale cerchino di arricchirsi facendosi concorrenza uno a scapito dell'altro, una mano invisibile fa sì che questa competizione si traduca in realtà nel maggior beneficio possibile per l'intera società. Torniamo al 'dilemma del prigioniero'. In questo caso i due sospetti, ciascuno perseguendo egoisticamente il proprio interesse, si assestano in un punto di equilibrio che consente loro di evitare il massimo della pena. Dunque per ciascuno confessare è la migliore strategia, perché gli consente di scontare 'solo' 5 anni. Ma da un punto di vista più generale, potremmo dire dal punto di vista della società, la soluzione migliore sarebbe quella in cui vengono scontati meno anni ovvero quella in cui il colpevole confessa, mentre l'altro si dice innocente. In questo caso infatti la pena complessiva comminata dal giudice è di 5 anni invece di 10. Una situazione che smentisce la teoria di Smith.

Nel 1954, ultimo anno di collaborazione tra Nash e la Rand Corporation, un ufficiale americano con una formazione scientifica, O.G. Haywood, nel saggio *Decisioni militari e teoria dei giochi*, ha l'intuizione che è possibile applicare la teoria dei giochi alla strategia militare in modo retrospettivo. Analizza dunque una battaglia del passato, lo scontro navale del Mare di Bismarck, svoltosi nel febbraio del 1943 tra le aviazioni americana e australiana agli ordini del generale Kenney e la flotta giapponese dell'ammiraglio Imamura nello specchio d'acqua tra la Nuova Guinea e, appunto, le isole Bismarck. I giapponesi avevano deciso di inviare un convoglio navale carico di rinforzi per il proprio corpo di spedizione in Nuova Guinea, che in quel momento era incalzato dalle truppe del generale Mac Arthur. Per arrivare a

destinazione devono scegliere tra due rotte: una passa a nord e una a sud dell'isola della Nuova Britannia. La durata del viaggio è comunque di 3 giorni, ma la rotta settentrionale si snoda in uno specchio di mare che in quel momento è reso difficilmente percorribile da maltempo e scarsa visibilità, mentre lungo quella meridionale il tempo è bello ma ci sono meno possibilità di inviare aerei da ricognizione senza essere notati. Per i giapponesi dunque la rotta settentrionale sarebbe preferibile, perché le condizioni atmosferiche vi ostacolano le operazioni dell'aviazione alleata. Dal punto di vista dei due comandanti, che ovviamente non hanno idea di cosa farà il nemico, ci sono dunque 4 possibilità: (a) entrambe possono optare per la rotta nord oppure (b) per la rotta sud, o, in alternativa (c) i giapponesi optano per la rotta nord e gli americani per la sud o viceversa (d) i giapponesi per la sud e gli americani per la nord. La matrice che segue riassume i 4 casi (i numeri nelle caselle, il *pay off*, sono i giorni di bombardamento sulle navi giapponesi possibili nelle diverse situazioni).

		Japanese strategies	
		#1–Northern route	#2–Southern route
Kenney strategies	#1–Northern route	2 days	2 days
	#2–Southern route	1 day	3 days

Dal punto di vista dell'aviazione americana il numero dei giorni di bombardamento sarebbe stato influenzato sia dalle condizioni atmosferiche e dalla possibilità di effettuare voli di ricognizione sia dalla capacità di Kenney di indovinare le intenzioni dei giapponesi e di non far perdere ai propri aerei tempo prezioso prima di mettersi sulla giusta rotta. Haywood analizza questa situazione mediante gli strumenti della teoria dei giochi, dimostrando che la soluzione più razionale, cioè quella che permette a entrambe gli avversari di minimizzare il danno, è scegliere la rotta settentrionale, che è esattamente ciò che fecero sia i ricognitori americani che la flotta giapponese.

Nel 2006 Jean-Michel Lasry e Pierre-Louis Lions scrivono un articolo, pubblicato l'anno successivo sul *Japanese Journal of Mathematics*, dal titolo *Mean field games*, (giochi in campo medio). Nell'articolo i due propongono un nuovo approccio alla teoria dei giochi, in grado di analizzare situazioni che coinvolgono un numero molto alto di 'giocatori razionali' ma con limitate informazioni o visione del gioco. Si tratta di un approccio utile per analizzare fenomeni come le transazioni finanziarie sui mercati internazionali o la propagazione di un comportamento o di un'azione attraverso una massa di persone concentrate in un unico luogo. L'idea su cui si basa è che, mentre nell'approccio di Nash ciò che conta sono le interazioni tra i singoli

giocatori e le loro strategie finalizzate a massimizzare il proprio guadagno (o a minimizzare le perdite), qui conta anche l'interazione tra ogni singolo giocatore e il la massa di cui fa parte, interazione che a sua volta è determinata dal comportamento dei singoli. Il metodo impiegato dai due ricercatori si ispira al modo in cui la meccanica statistica studia i movimenti di milioni di particelle (ad esempio nei gas). Abbiamo visto, a proposito del moto browniano, che a una massa di particelle in moto non è possibile applicare efficacemente le equazioni di Newton. I fisici aggirano questa difficoltà descrivendo il comportamento macroscopico di tale massa, considerata nel suo complesso, mediante proiezioni di natura probabilistica. Analogamente la teoria dei giochi in campo medio da una parte considera il modo in cui ogni singola particella contribuisce alla formazione del campo, dall'altra analizza il campo a partire dalle sue caratteristiche macroscopiche. Ovviamente mentre la meccanica statistica tratta di particelle inanimate e quindi si limita a descrivere il loro comportamento in quanto dettato da fattori oggettivi, i giochi in campo medio si occupano di soggetti razionali e devono prendere in considerazione anche le loro motivazioni e strategie. In che modo? In un articolo successivo a quello del 2006, *Mean field games and applications* (2010), scritto in collaborazione con Olivier Guèant, i due autori si cimentano nel tentativo di analizzare con quel metodo il fenomeno della *ola* durante una partita di calcio, detta anche onda messicana, perché pare essere comparsa per la prima volta durante i mondiali del 1986. I tre matematici costruiscono un sistema di equazioni[3] che mettono in relazione ogni singolo tifoso con tre diverse posture (seduto, in piedi, in posizione intermedia tra le due) e traducono in termini matematici le 3 regole empiriche seguenti:
- ogni spettatore 'paga un prezzo' per cambiare posizione
- ogni spettatore vuole comportarsi come i suoi vicini
- ogni spettatore cerca di massimizzare il proprio *comfort*.

Costruendo un sistema tra queste equazioni, cioè cercandone le soluzioni che le soddisfano tutte, gli autori dimostrano che esiste sempre una soluzione che determina la formazione della ola. Questo modello risulta essere particolarmente efficace nella descrizione del fenomeno e delle sue varianti. Infatti, a differenza dei modelli che spiegano la formazione dell'onda in modo semplicemente descrittivo, come se gli spettatori fossero automi, riesce a rendere conto del fatto che anche se una fila di spettatori rimane ferma, dopo un attimo il movimento ondulatorio tende a ristabilirsi, mentre nei modelli meccanicistici il movimento in quel caso diventa irregolare.

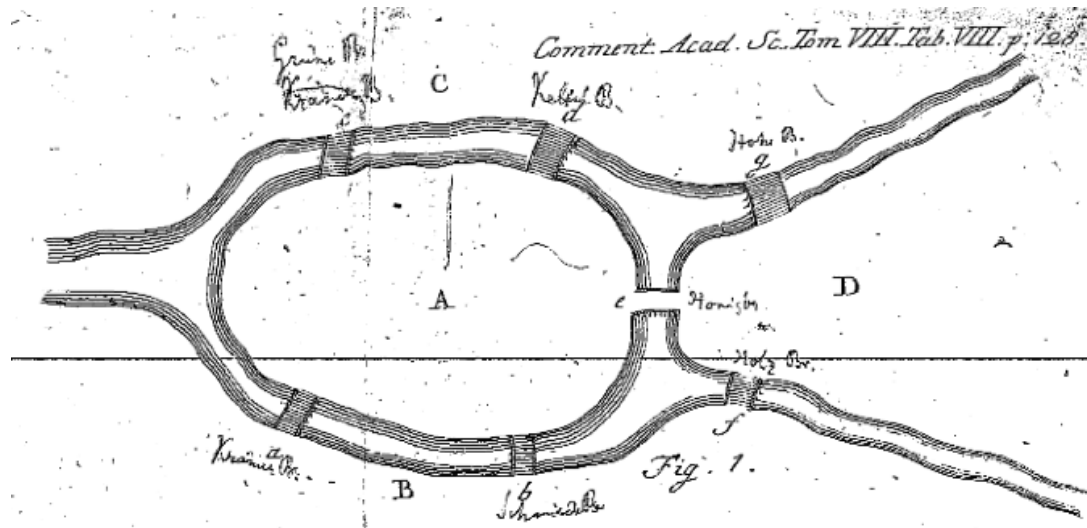
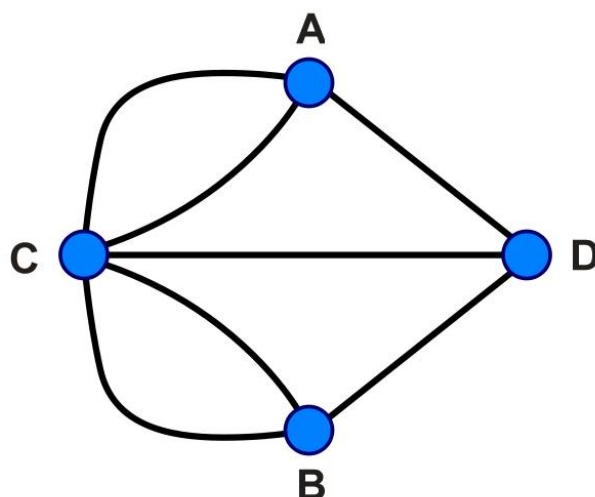
Qualcuno potrebbe chiedersi a cosa serve inventarsi un apparato di formule, equazioni, calcoli così complicato per studiare un fenomeno che potrebbe essere descritto in modo molto più semplice attraverso in modo empirico. E' una domanda che spesso ci poniamo quando ci si imbattiamo in scienziati che dedicano decenni della propria vita a studi apparentemente privi di sbocchi concreti. Nel 2004 Andrei

Geim e Kostya Novoselov, due scienziati russi approdati all'Università di Manchester e intenti a studiare le proprietà elettriche della grafite (quella con cui si fanno le mine delle matite), scoprirono che alcuni colleghi avevano ideato una tecnica per prelevare sottili strati di minerali da osservare al microscopio applicandovi sopra del comune nastro adesivo. I due decisero di fare la stessa cosa con la grafite e in questo modo si resero conto che era possibile, applicando lo stesso procedimento più volte, ottenere uno strato di grafite dello spessore di un solo atomo, il grafene. Per studiare le proprietà di questo materiale realizzarono una serie di esperimenti apparentemente bislacchi, ad esempio scaldando un recipiente contenente vodka annacquata e coperto da un foglio di grafene si accorsero che esso faceva passare il vapore acqueo ma tratteneva la vodka. Attraverso una serie di esperimenti un po' pazzerelli come questo tuttavia scoprirono qualcosa che non aveva nulla a che fare con l'argomento da cui erano partiti, cioè che il grafene è un materiale dalle caratteristiche straordinarie: è flessibile ma 100 volte più resistente dell'acciaio a parità di peso, è un ottimo conduttore di calore ed elettricità, ha straordinarie proprietà di assorbimento delle radiazioni. Nel 2010 un *transistor* realizzato col grafene ha battuto ogni record di velocità e Geim e Novoselov hanno ricevuto il premio Nobel per la Fisica. Nel 2013 l'UE ha deciso di investire un miliardo sulla ricerca sul grafene, che viene considerato uno dei materiali del futuro, e potrebbe essere il volano per lo sviluppo di una nuova generazione di *computer*, proprio come il silicio è stato per la generazione precedente. Insomma ogni volta che la scienza fa un passo avanti è sempre difficile dire se quel passo avrà delle applicazioni future e quali. A proposito dell'applicazione dei frattali alla finanza Mandebrot si è chiesto a cosa avrebbe condotto, senza saper dare una risposta certa. Anche per quanto riguarda i giochi in campo medio è difficile dire con certezza se e quali sbocchi avranno queste ricerche, tanto più che si tratta di una teoria ancora giovanissima. Ma se guardiamo alla mole di articoli, convegni e seminari organizzati in tutto il mondo sull'argomento, viene da pensare che tanto interesse non sia vano. Nel giugno 2017 la Facoltà di Ingegneria della Sapienza a Roma ha organizzato un seminario sulla 'Teoria dei giochi in campo medio e le sue applicazioni in campo economico e ingegneristico'. La teoria dei giochi in campo medio è stata applicata allo studio della produzione del petrolio, una risorsa limitata e soggetta a un mercato in cui nessun produttore può da solo decidere di aumentare i prezzi, elaborando dei codici sorgenti, di fatto degli algoritmi matematici scritti in linguaggio di programmazione, da cui è possibile ricavare *software* potenzialmente utili a chi opera nel settore. Non è un'idea balzana immaginare che l'applicazione di questa nuova teoria alla massa di tracce digitali lasciate quotidianamente da ciascuno di noi, navigando su internet, telefonando, postando sui *social network* o utilizzando una carta di credito (i cosiddetti *big data*) possa aprire la strada alla creazione di *software* utili monitorare processi sociali di massa, a elaborarne simulazioni in tempo reale, a prevederli e a cercare in qualche misura di influenzarli.

Teoria delle reti

Fenomeni complessi come la *ola* si manifestano non solo nell'ambito di grandi concentrazioni di persone o di particelle, ma anche nel regno animale. Andrea Cavagna, docente di fisica teorica alla Sapienza, è partito dallo studio della materia complessa ed è arrivato a occuparsi delle acrobazie degli stormi di stornelli nel cielo, ipotizzando che trovare una chiave per interpretare fenomeni della biologia potesse tornare utile anche per capire meglio alcuni processi della materia inanimata. Prima di lui, verso la metà degli anni '90, Duncan Watts, dottorando in fisica presso la Cornell University, nello Stato di New York, e il suo relatore Steve Strogatz si erano imbattuti in un altro fenomeno interessante. Torniamo nell'Isola di Papua-Nuova Guinea, questa volta per occuparci non più di battaglie navali ma di insetti. Al calar della sera in alcune zone dell'isola è possibile assistere a uno spettacolo tanto affascinante quanto misterioso: milioni di lucciole cominciano a lampeggiare a piccoli gruppi e in un intervallo di tempo abbastanza breve si sintonizzano tra loro fino a lampeggiare all'unisono, come le luci di un gigantesco albero di Natale. L'aspetto misterioso di questo fenomeno è che le luci sull'albero di Natale sono collegate da un unico cavo che trasmette loro simultaneamente impulsi elettrici a intervalli regolari, ma nel caso delle lucciole, o per fare un esempio meno esotico delle nostre cicale, come è possibile che milioni di insetti, a distanza di centinaia di metri (distanza per loro abissale, viste le loro dimensioni) riescano in così breve tempo a sintonizzarsi come una gigantesca *ensemble* di coristi abituati a provare mesi e mesi prima di un concerto? La risposta a questa domanda ci costringe a considerare la cosa da un punto di vista che, analizzando la ola, avevamo tralasciato. Una così rapida sintonizzazione infatti richiede una circolazione di informazioni che, in un tempo brevissimo, parte da alcuni 'direttori del coro' e si propaga all'intera massa dei 'coristi', cioè delle lucciole o delle cicale. Per spiegare come sia possibile è necessario capire come si diramino gli 'ordini' dei 'direttori', attraverso quali canali e se e in quale misura le caratteristiche di questi canali influenzino la velocità di propagazione delle informazioni. Di tutto questo si occupa la teoria delle reti.

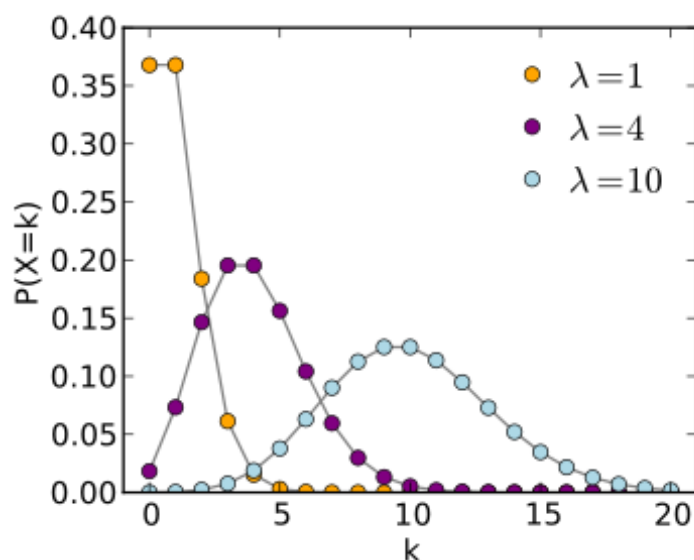
Solitamente si fa risalire la teoria delle reti a una branca della matematica, la topologia, che studia le proprietà delle figure geometriche invarianti rispetto alle deformazioni. E si prende come riferimento temporale un famoso articolo scritto nel

1736 dal matematico svizzero Eulero sul problema dei ponti di Königsberg, l’attuale Kaliningrad, exclave russa situata tra Polonia e Lituania, che assicura alla Russia un importante sbocco al mar Baltico e di cui rappresenta uno dei porti più importanti. All’epoca era una delle maggiori città della Prussia orientale, attraversata dal fiume Pegel e costruita in parte su due isole collegate alla terra ferma da 7 ponti (vedi la figura sotto).

Il problema affrontato e risolto da Eulero fu: è possibile disegnare un itinerario che consenta di attraversare tutti e 7 i ponti senza mai passare due volte sullo stesso? La risposta è no. Per arrivare a questa conclusione Eulero disegna uno schema simile a quello riprodotto qui sotto, un reticolo geometrico in cui i punti A,B,C, e D rappresentano la 4 zone in cui il fiume divide la città e le linee rappresentano i 7 ponti. E’ abbastanza evidente che si tratta di una semplificazione, in cui non contano la lunghezza delle linee, la superficie delle zone o la loro forma, ma lo schema ci trasmette esclusivamente le informazioni necessarie a risolvere il problema. Il disegno di Eulero rappresenta il primo ‘grafo’ nella storia della matematica e la teoria dei grafi è una delle branche che costituiscono la topologia.

Un grafo è una figura costituita da un insieme di punti, detti vertici, collegati da una serie di linee, dette archi. Aggiungo il minimo di terminologia necessaria per capire ciò che segue. Il grado di un vertice è il numero di archi che lo collegano ad altri vertici. Il diametro è la distanza massima tra due vertici del grafo: si badi non la distanza fisica misurata in centimetri o in metri, ma il numero di archi che bisogna percorrere per passare da un vertice all'altro. Un grafo è orientato quando l'arco tra un punto e un altro può essere percorso solo in una direzione (nel caso di Eulero se i ponti fossero tutti a senso unico). Un grafo è più o meno connesso quanto più ciascuno dei suoi vertici è collegato in modo diretto, attraverso un arco, a tutti gli altri vertici. Il grafo dei ponti ad esempio è completamente connesso, perché ogni vertice è collegato a tutti gli altri da almeno un arco.

La soluzione che Eulero fornisce al problema dei ponti è - anche in questo caso mi interessa far capire il senso più che essere rigoroso - la seguente. Esaminiamo il grafo: sui vertici A,B,D insistono 3 archi ciascuno, su C 5 archi. Cioè A,B, D hanno grado 3, mentre C ha grado 5. Ciò significa che se prendiamo in considerazione ciascuna delle 4 zone della città, noi possiamo entrarvi e uscirvi percorrendo un ponte in una direzione e uno in quella opposta una volta (se il grado è 3) oppure due in una direzione e due in quella opposta (se il grado è 5), ma la volta dopo se ci entriamo non possiamo più uscirne senza ripercorrere uno dei ponti da cui siamo già passati. Per cui non esiste un itinerario che ci faccia passare su tutti i punti una volta sola. Partendo da questa intuizione e generalizzando Eulero arriva alla conclusione che un qualsiasi grafo è percorribile passando su tutti gli archi una sola volta solo se tutti i vertici hanno grado pari o al massimo due hanno grado dispari. In quest'ultimo caso il grafo sarà percorribile in quel modo solo se i vertici con grado dispari rappresentano i punti di partenza e di arrivo. Nel caso in cui invece i vertici sono tutti di grado pari si può partire da e arrivare in qualsiasi vertice.

Torniamo ora al punto di partenza, cioè ad analizzare come le informazioni si propagano attraverso una miriade di esseri viventi, siano essi lucciole, cicale o anche esseri umani. A partire dagli anni '90 le scienze sociali hanno adottato il modello della rete per rappresentare le interazioni sociali. In campo politico è stata la filosofia *no global* ad adottare 'la rete' come paradigma di nuove forme 'orizzontali' di democrazia, un approccio ampliatosi con la diffusione di massa dei *personal computer* collegati per via telefonica alla Rete con la r maiuscola (il *web*), cioè Internet (ma vedremo oltre che in realtà la maggior parte delle reti è tutt'altro che orizzontale e democratica). Una rete può essere rappresentata matematicamente come un grafo, in cui, per essere *à la page*, chiameremo i vertici 'nodi' e gli archi '*link*'.

Il primo modello di rete studiata a fondo dalla matematica è rappresentato dalle reti di Erdös-Renyi, due matematici ungheresi che introducono per la prima volta questo modello nel 1959. Paul Erdös fu un personaggio stravagante. Era abituato a lavorare anche 20 ore al giorno (a un certo punto cominciò ad aiutarsi con le anfetamine) e girovagava presentandosi spesso alla porta di altri matematici e offrendosi di aiutarli nelle loro ricerche in cambio di ospitalità. Il modello di Erdös-Renyi si concentra su reti aleatorie, cioè che si formano in modo casuale, prendendo un numero n di nodi e decidendo che per ogni coppia di nodi al loro eventuale collegamento sia assegnata una probabilità p. Possiamo costruire una rete aleatoria disegnando 10 punti ed esaminando tutte le coppie che si possono formare tra questi punti. Per ogni coppia di punti tiriamo una moneta: se viene testa tracciamo un *link* tra i due punti, se viene croce no. Studiando questo tipo di reti i due matematici scoprono che esse godono di proprietà considerevoli. Innanzitutto, al contrario di quanto potremmo immaginare, la loro struttura consente di collegare tutti i nodi con un numero di *link* molto ridotto rispetto al numero totale dei *link* possibili. Per collegare tutti i nodi di una rete formata da 100 nodi bastano 228 link sui 4950 possibili, circa il 5%[4]. Non solo: per collegare completamente una rete con 300 nodi bastano 852 link sui 44850 possibili, circa il 2%. Per una rete con 1000 nodi ne bastano 3450, lo 0,7%. Per una con un milione di nodi basta un 13milionesimo dei *link* possibili. In altre parole, non solo le reti aleatorie facilitano il propagarsi delle informazioni, ma esse sono meglio collegate quanto più sono grandi.

Un'altra importante proprietà delle reti aleatorie è quella che la distribuzione del numero di *link* di ciascun nodo, che - come ho detto - è stabilita casualmente, è di tipo egualitario: ogni nodo tende ad avere un numero medio di *link*. La distribuzione del grado, cioè appunto del numero di *link* di ogni nodo, è modellata su quella che i matematici chiamano 'distribuzione di Poisson'. Abbiamo visto nel paragrafo sui frattali che cos'è una distribuzione gaussiana. La distribuzione di Poisson ha il seguente grafico.

Nel nostro caso il grafico va interpretato come segue: sull'asse verticale abbiamo la probabilità che un nodo X abbia un numero k di collegamenti, mentre sull'asse orizzontale abbiamo i diversi valori che k può assumere. La lettera greca λ indica il numero medio dei *link* verso ciascun nodo in una rete di Erdös-Renyi. Il grafico mostra chiaramente che all'aumentare di λ la curva assume la forma di una gaussiana, con le relative proprietà, dove la media è pari a λ e la deviazione standard è uguale alla radice quadrata di λ. Se ad esempio il numero medio dei link per ogni nodo è 10, la stragrande maggioranza dei nodi avrà un numero di link compreso tra 5 e 15, mentre i nodi con meno di 5 o più di 15 link saranno pochissimi e i nodi isolati (cioè senza collegamenti) o con più di 20 collegamenti tendono allo zero.

La terza proprietà delle reti aleatorie è che il loro diametro cioè il numero di *link* massimo che bisogna percorrere per passare da un nodo all'altro è relativamente basso e che cresce lentamente all'aumentare dei nodi dell'intera rete. Se ad esempio prendiamo una rete formata da 100 nodi possiamo passare da un nodo a qualsiasi altro percorrendo al massimo 3 link[5]. Se estendiamo la stessa rete di 10mila volte, portando il numero dei nodi a un milione (sempre con un numero medio di *link* intorno a 4) il diametro sale a meno di 10, cioè si limita a triplicare.

Nel giugno 2017, come molti si ricorderanno, a Torino migliaia di persone erano in piazza San Carlo per seguire su un maxischermo la finalissima di Champions League tra Juventus e Real Madrid. Poco dopo il terzo gol del Real (erano all'incirca le 22), pare per l'effetto domino di una rapina col gas urticante, la folla ha cominciato a darsi alla fuga travolgendo le transenne disposte intorno alla piazza per cercare di allontanarsi, provocando 1627 feriti, uno dei quali morto qualche giorno dopo. E' un tragico esempio di come le reti aleatorie favoriscano il rapido propagarsi di informazioni in un intervallo di tempo molto breve. Infatti possiamo pensare alle persone assiepate in Piazza San Carlo come a una gigantesca rete, i cui *link* erano costituiti dalle interazioni avvenute tra loro a partire dalle 22 circa. I testimoni di quella tragedia riferiscono che l'evento che ha innescato l'onda umana di persone in fuga non è stato tale da essere percepibile in tutta la piazza. Dunque il movimento è partito dalle persone più vicine alla rapina, che si sono date alla fuga, probabilmente cercando di avvisare di un potenziale pericolo i loro vicini, verbalmente o comunicando la sensazione di minaccia semplicemente col proprio comportamento. E' chiaro che la rete di interazioni costituitasi in tal modo era del tutto casuale. Ciascuna delle persone è stata avvisata del pericolo semplicemente perché si trovava in una certa zona oppure perché, pur essendo distante, magari in quegli istanti si era voltato a guardare indietro per chissà quale motivo o perché seguiva le immagini sul maxischermo in modo più distratto. Il risultato è che l'informazione su un pericolo imminente si è trasmessa nel giro di pochi secondi a migliaia di persone collocate nell'intera piazza, coi risultato che purtroppo abbiamo visto. Se poi

ripensiamo a ciò che abbiamo visto a proposito dei giochi in campo medio possiamo osservare che, anche in questo caso, a manifestarsi da una parte è stata la strategia razionale (pur in una situazione di panico) elaborata a livello 'microscopico' dai singoli per mettersi in salvo, dall'altra una percezione 'macroscopica' di massa, cioè che in questo periodo ogni grande raduno di persone sia il potenziale obiettivo di un attentato terroristico.

Nel caso di Piazza San Carlo la rapida trasmissione dell'allarme si è verificata perché il contesto era davvero particolare: le persone che si trovavano vicine all'evento che ha innescato l'onda hanno avuto la sensazione di trovarsi di fronte a un pericolo grave e dunque sono saltate le consuete 'regole' della comunicazione sociale. Normalmente infatti le reti sociali non si costituiscono in modo estemporaneo. Ciascuno di noi infatti è inserito in una rete sociale organizzata, in continua evoluzione ma a una velocità relativamente bassa, e quindi relativamente stabile. Abbiamo una rete di amici, familiari, colleghi di lavoro abbastanza limitata e le informazioni che riceviamo o diffondiamo dunque viaggiano su una fitta rete di *link* che collegano però una cerchia di persone abbastanza ristretta. Se in piazza San Carlo chi si trovava nei pressi dell'esplosione si fosse limitato a trasmettere l'allarme parlando all'orecchio delle persone che erano andate a seguire la partita insieme a lui, come se si trattasse di una notizia riservata, l'informazione sarebbe circolata molto più lentamente e probabilmente le conseguenze sarebbero state meno tragiche. Le reti organizzate, cioè costruite secondo una regola (ad esempio essere amici o colleghi o familiari o tutte e tre queste condizioni insieme) e non facendo a testa o croce, sono molto meno efficaci nel trasmettere rapidamente informazioni. Immaginiamo ad esempio una rete formata da 10 persone, ciascuna collegata da un *link* a una sola altra persona, ad esempio disponendo i nodi di questa rete lungo una retta. Ciascun membro di questa rete avrà due link, uno con chi sta alla sua destra e uno con chi sta alla sua sinistra, con l'esclusione del primo e dell'ultimo della fila, che ne avranno soltanto uno. In questo caso per far passare un'informazione da un estremo all'altro della rete dovremo percorrere 9 link. Ciò significa che questa rete organizzata ha un diametro di 9, cioè - come abbiamo visto poco fa - poco meno del diametro di un'analoga rete aleatoria 100 volte più estesa. Verrebbe da pensare che lo scambio di informazioni all'interno di reti sociali organizzate sia estremamente difficile, ma un noto esperimento condotto negli ani '60 dimostra concretamente che non era così.

Nel 1929 lo scrittore ungherese Frigyes Karinthy pubblica un romanzo dal titolo *Catene*. Nel romanzo un gruppo di amici discute di una frase dello scrittore inglese Chesterton, secondo cui il mondo, a causa del crescente ritmo della comunicazione non sarebbe mai stato così piccolo. Da questa riflessione ha inizio un gioco che Karinthy definisce 'intrigante':

«Selezioneremo una persona a caso fra il miliardo e mezzo che popola il pianeta, una qualsiasi, dovunque…» Poi scommise con noi che, passando per non più di cinque individui, fra cui un proprio conoscente, poteva contattare chiunque usando una catena fatta solo di conoscenze interpersonali. Per chiarire il concetto, spiegò: «Tu che conosci X.Y., gli chiederesti per favore di parlare con Z.V., che è amico di… e così via».
«Sono curioso» disse qualcuno. «Facciamo un esempio… prendiamo Selma Lagerlöf.»
«Bene, Selma Lagerlöf» rispose il primo. «Niente di più facile.»
Dopo neanche due secondi, era già pronto.
«Selma Lagerlöf, vincitrice del Nobel, conosce senza dubbio il re Gustavo di Svezia in persona, in quanto, per regolamento, fu lui stesso a consegnarle il premio. Il re è a sua volta un appassionato giocatore di tennis, partecipa regolarmente a gare internazionali e gioca sovente con Kehrling, che conosce e apprezza. E io conosco bene Kehrling.» (Anche il nostro amico è un bravo tennista.)
«Ecco la catena, sono bastate due persone su un tetto massimo di cinque, il che è piuttosto normale dato che con le celebrità è più facile trovare punti di contatto che non con le persone comuni, perché hanno molte più conoscenze. Cercatemi un caso più difficile.»
Accolsi la sfida e proposi un esempio più complesso: collegare me stesso e un qualsiasi operaio della Ford Motor Company addetto al montaggio. Con quattro passaggi raggiunsi la fine della catena.
«L'operaio conosce il suo capo officina, che conosce Mr. Ford in persona, il quale a sua volta è in buoni rapporti con il direttore generale dell'impero editoriale Hearst. Quest'ultimo l'anno scorso ha avuto modo di conoscere il signor Árpád Pásztor, che è anche un mio ottimo amico; mi basta chiederglielo e lui parlerà per me con il direttore esecutivo, il quale parlerà con Ford, che contatterà il capo officina e questi parlerà con l'operaio, al fine di fargli costruire la macchina di cui potrei aver bisogno.»

Meno di 40 anni dopo lo psicologo statunitense Stanley Miligram si inventa un esperimento che sembra confermare quella teoria apparentemente bizzarra e fantasiosa. Sceglie a caso 160 persone che abitano nella città di Omaha, nello Stato del Nebraska, un'area industriale nell'esatto centro degli Stati Uniti, e spedisce loro una lettera pregandoli di spedirla a loro volta a qualche conoscente che possa, eventualmente rispedendola ad altri, farla avere a un agente di cambio di Boston nello Stato del Massachussets. Contrariamente alle aspettative di Milgram buona parte delle lettere giunge a destinazione in soli 5-6 passaggi. Ma, cosa ancor più interessante, il 50% circa delle lettere giunte a destinazione vengono consegnate all'agente di cambio dalle stesse tre persone. Questa sorprendente rivelazione è all'origine dell'espressione universalmente nota 'sei gradi di separazione', diventata il titolo di una commedia che debutta a Broadway nel 1990 e tre anni dopo ispira

l'omonimo film, uno dei primi film con protagonista Will Smith. Nel 2011 un gruppo di ricercatori italiani, in collaborazione con alcuni tecnici di Facebook, hanno dimostrato che sul *social network* più diffuso nel mondo il grado di separazione medio tra due utenti qualunque è 4,74.

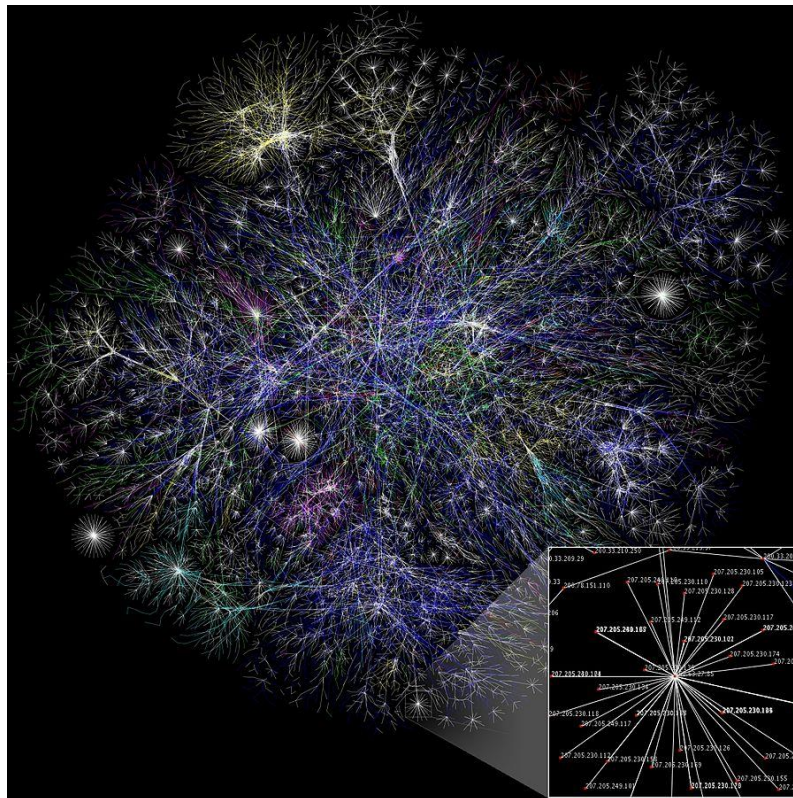
Dopo che Milgram ha sviluppato le sue ricerche arrivando alla conclusione che molte reti complesse, pur essendo organizzate, hanno la struttura di un 'piccolo mondo', cioè di una rete con un diametro relativamente limitato, negli anni '70 Mark Granovetter, professore di sociologia all'Università d Baltimora, fa una scoperta che contribuisce a spiegare il perché. Effettuando un'indagine sull'influenza delle relazioni sociali nella ricerca del lavoro, Granovetter appura che gran parte degli intervistati hanno trovato un'occupazione non grazie alle segnalazioni provenienti dalla cerchia più ristretta di amici e familiari, ma da conoscenti collocati più ai margini della loro rete di relazioni sociali. La spiegazione di questo fenomeno è abbastanza intuitiva: all'interno della cerchia più ristretta è difficile ottenere informazioni di cui non si disponga già e le nostre segnalazioni, una volta messe in circolo, tendono a rimanere in un ambito abbastanza circoscritto. E' più probabile che i conoscenti più lontani invece, proprio per la loro collocazione, siano inseriti in ambiti con cui abbiamo meno occasioni di interagire e da cui quindi possono venire informazioni a cui più difficilmente avremmo accesso rimanendo nella ristretta cerchia degli amici e dei parenti. Granovetter chiama i legami che ci uniscono a familiari e amici più intimi legami 'forti' e quelli che ci uniscono ai conoscenti legami 'deboli' e ipotizza che la struttura di piccolo mondo sia caratteristica di reti complesse suddivise in sottoreti molto connesse al loro interno, cioè con un numero molto alto di *link* tra i nodi che le costituiscono, collegate tra loro da legami deboli, cioè mediante appartenenti marginali di quelle sottoreti collegati a loro volta ad altre sottoreti attraverso pochi gradi di separazione.

Torniamo ora al punto da cui eravamo partiti: le lucciole della Nuova Guinea. Negli anni '90 Watts e Strogatz hanno a che fare con due tipi di reti complesse, quelle aleatorie, molto efficaci nel trasmettere le informazioni, ma scarsamente presenti in natura e quelle organizzate in sottoreti con un alto 'coefficiente di aggregazione' (cioè in cui i nodi vicini sono molto connessi tra loro), ma scarsamente reattive alle informazioni. Come spiegano nell'articolo *Collective dynamics of 'small-word' networks* (1998), i due ricercatori decidono di provare a manipolare una rete molto regolare e organizzata, formata da 20 nodi, ciascuno con 4 *link* e un coefficiente di aggregazione molto alto. Cominciano insomma a 'ricablare' l'intera rete, inserendo casualmente alcuni *link* tra i nodi e cancellandone altri, fino a ottenere una rete completamente casuale. Nell'articolo i due autori dimostrano che le reti ottenute negli stadi intermedi del procedimento hanno le proprietà di 'piccoli mondi'. In altre parole aggiungendo collegamenti casuali il coefficiente di aggregazione rimane

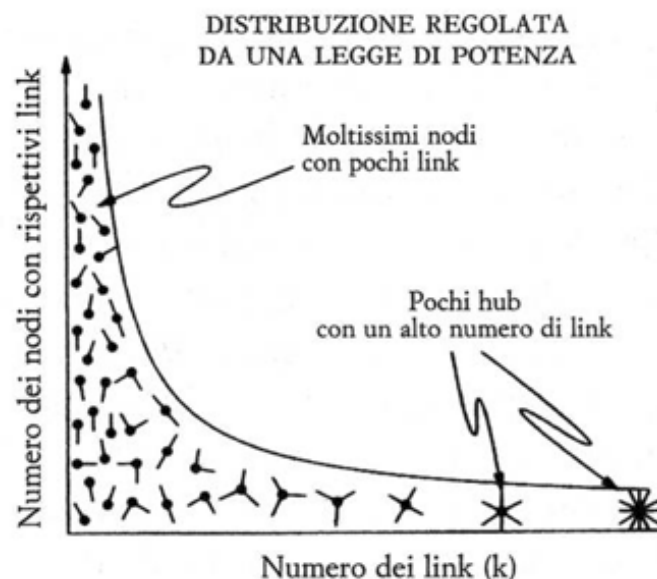
praticamente invariato, ma il diametro, cioè il numero dei gradi di separazione, si riduce molto rapidamente. Pensiamo alla rete costituita dai circa 6 miliardi di persone che popolano il mondo. Ammettendo che ciascuno di essi conosca 50 persone, se la rete delle relazioni sociali fosse completamente ordinata, secondo i calcoli di Watts e Strogatz avrebbe circa 60 milioni di gradi di separazione. Introducendo solamente 2 connessioni casuali su 10mila i gradi di separazione scendono a 8. Con 3 nuovi *link* su 10mila si scende a 5. Nell'articolo citato i due scienziati affermano che le reti costruite in questo modo, che chiamano appunto 'reti piccolo mondo', costituiscono una rappresentazione fedele della rete neuronale del verme *Caenorhabditis* elegans, della rete energetica degli Stati Uniti e della rete definita sull'insieme degli attori collegandoli tra loro se hanno lavorato insieme almeno in un film[6]. In realtà sono molte di più le reti naturali o artificiali che appartengono a questo gruppo: sono reti 'piccolo-mondo' i neuroni del cervello umano, quelle formate dai fiumi e dai loro affluenti e subaffluenti oppure dai rami di un albero e dalle sue diramazioni, ma anche internet, sia se consideriamo i collegamenti fisici tra le macchine che lo fanno funzionare, sia i *link* tra i miliardi di pagine disponibili *online*.

Dunque la principale proprietà delle reti *small-world* è che si tratta di reti complesse organizzate, che contengono sottoreti caratterizzate da un altro coefficiente di aggregazione, ma allo stesso tempo hanno un diametro limitato, cioè un basso numero di gradi di separazione. Ma alcune di esse, tra cui quelle citate da Watts e Strogatz nel loro articolo, godono anche di un'altra proprietà, che salta agli occhi guardando ad esempio l'immagine di una mappa del *web* (vedi l'immagine nella pagina successiva) oppure dei collegamenti aerei nel mondo. Sappiamo cosa sono gli hub aeroportuali: pochi aeroporti nella vasta rete dei collegamenti aerei globali, da cui parte la stragrande maggioranza dei voli (e dei passeggeri) diretti in tutto il mondo. La proprietà di avere un piccolissimo numero di nodi collegati al resto della rete da un altissimo numero di link, è tipica delle reti piccolo-mondo e le differenzia dalle reti aleatorie, che - come ho detto - hanno una distribuzione dei *link* tra i diversi nodi relativamente 'democratica'.

Nel suo interessante saggio *Il punto critico*, Malcolm Gladwell paragona la propagazione attraverso le reti sociali di mode, notizie, messaggi pubblicitari ecc. alla diffusione di un epidemia. Il 'punto critico' è la soglia oltre la quale ciò che era un fenomeno di ordinaria amministrazione improvvisamente cresce a dismisura dilagando rapidamente nella società. Gladwell osserva come uno dei fattori che più contribuisce a far decollare una notizia o una moda è quando esse incontrano persone che lo scrittore chiama 'connettori'. Per Gladwell un connettore è una persona che 'in pratica familiarizza con chiunque'. Per studiare questo fenomeno egli prende dall'elenco telefonico di Manhattan 250 cognomi e sottopone a *test*

diversi gruppi di persone, alcuni selezionati in ambiti omogenei socialmente o anagraficamente, altri composti in modo del tutto casuale, chiedendo a ciascuno di loro di indicare quante persone coi cognomi presenti nella lista conoscano. E scopre che in ogni gruppo, anche nel più omogeneo, la differenza tra il risultato più basso e quello più alto è molto alta. In una classe di studenti di *college* il risultato più basso è 9 e il più alto 95. In un altro i risultati sono compresi tra 16 e 118. Dunque all'interno di ogni gruppo sono presenti alcuni soggetti che presentano le caratteristiche di veri e propri *hub* delle relazioni sociali, che hanno un numero di conoscenze pari anche a 4 volte la media.

L'Autore poi descrive alcuni personaggi reali caratterizzati dal fatto di essere connettori, il modo in cui li ha conosciuti e il rapporto che si è creato con loro a causa delle sue ricerche. E ne individua alcune caratteristiche: ad esempio questo genere di personaggi ha una particolare attitudine a curare i propri legami deboli: manda biglietti di auguri anche ai propri conoscenti meno stretti oppure telefona loro regolarmente. Gladwell fa anche un'analisi dettagliata dei fattori che provocano la diffusione di una 'epidemia sociale' mettendo in luce altri fattori (la 'presa' di un comportamento o di una notizia, il contesto in cui si diffonde) e di tipologie di persone (i 'venditori', gli 'esperti di mercato') che, insieme ai connettori, ne favoriscono l'insorgere. Anche nelle vere epidemie del resto emergono le figure dei connettori. All'epoca in cui comincia a diffondersi l'AIDS le indagini verificano che al dilagare della malattia ha contribuito in particolare una piccola quantità di persone

con una quantità di relazioni sessuali molto alta. Insomma i connettori, veri e propri *hub* umani, sono il fondamento della teoria dei sei gradi di separazione.

Alla fine degli anni ’90 un altro scienziato ungherese, Albert Barabasi, costruì un modello per studiare quelle particolari reti *small-world* caratterizzate dalla presenza di *hub*. Nel suo modello si procede come avevano fatto Watts e Strogatz, con l’aggiunta di una condizione: ogni volta che si aggiunge un *link* casuale si assume che la probabilità che esso colleghi il nodo di partenza a un nodo con tanti *link* sia maggiore. Barabasi chiama queste reti ‘a invarianza di scala’ (*scale-free*) e dimostra che la distribuzione probabilistica con cui si distribuiscono i loro nodi è una legge di potenza. Per spiegare che cosa significa e quali sono le conseguenze di questa affermazione esaminiamo il grafico seguente.

Come si può vedere sull’asse verticale è rappresentata la probabilità che un nodo abbia un numero k di *link*. Su quello orizzontale i valori che può assumere k. La curva ci dice che all’aumentare di k la probabilità che un nodo abbia k vertici precipita molto rapidamente, in modo esponenziale diremmo. Si tratta infatti del grafico di un’iperbole di equazione $y=1/k^p$, dove p appunto è la ‘potenza’ a cui si eleva k. Si può facilmente verificare che quanto più p è alto tanto più velocemente la curva decresce avvicinandosi all’infinito all’asse orizzontale. E’ possibile verificare che per una rete con qualsiasi numero n di nodi (ovvero considerato un sottoinsieme piccolo a piacere della rete formata da n nodi) il grafico della distribuzione di probabilità, ha esattamente la stessa forma, si abbatte rapidamente verso sinistra. Che cosa ci ricorda questo? La proprietà dell’invarianza di scala, cioè i frattali. E infatti, se confrontiamo una mappa di internet con la struttura di un albero molto frondoso, che - come si è detto - ha una struttura frattale, vi ritroviamo caratteristiche molto simili. Anche in un albero dai punti di snodo più vicini al tronco partono al massimo

1-2 rami, mentre man mano che ci si allontana si formano degli *hub*, cioè dei punti da cui partono moltissime diramazioni. Anche le osservazioni di Mandelbrot sui mercati finanziari presentano almeno due analogie con le reti *scale-free* di Barabasi. Primo: così come la distribuzione del grado tra i nodi di una rete *scale-free* è invariante di scala per qualunque sua sottorete piccola a piacere, Mandelbrot osserva che l'andamento della Borsa è invariante di scala a prescindere dal sottoinsieme temporale (giorni, mesi, anni) che si analizza. Secondo: così come in una rete di Barabasi un nodo con tanti *link* tende ad averne sempre di più, così in Borsa a un rialzo è più probabile che segua un altro rialzo. Dunque l'oggi tende a influenzare il domani. Le reti sociali e la stessa internet, che sono esempi di reti a invarianza di scala, non sono particolarmente democratiche. Chi ha tanti collegamenti ne avrà sempre di più fino a diventare un *hub*, mentre la grande massa dei nodi è destinata ad avere pochissimi *link*.

Non a caso una delle fonti di ispirazione degli studi di Mandelbrot sono stati i risultati delle ricerche condotte in campo economico dall'italiano Vilfredo Pareto, che alla fine dell' '800 dimostrò che la curva di distribuzione dei redditi segue una legge di potenza. Nel grafico seguente l'asse orizzontale rappresenta i valori dei redditi, mentre quello verticale la frequenza delle persone con un determinato reddito.

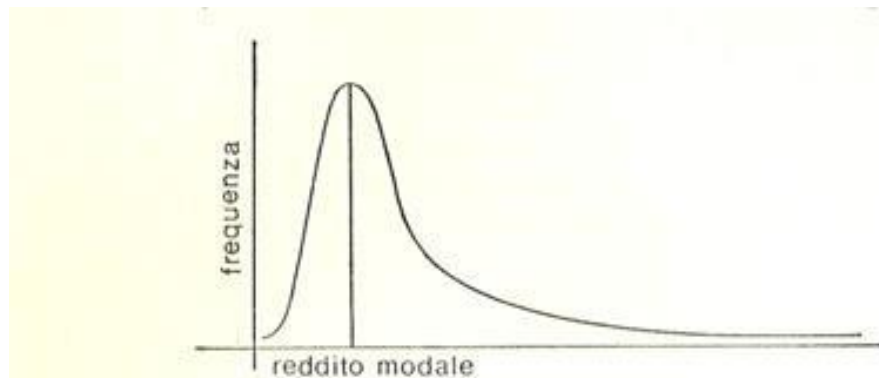
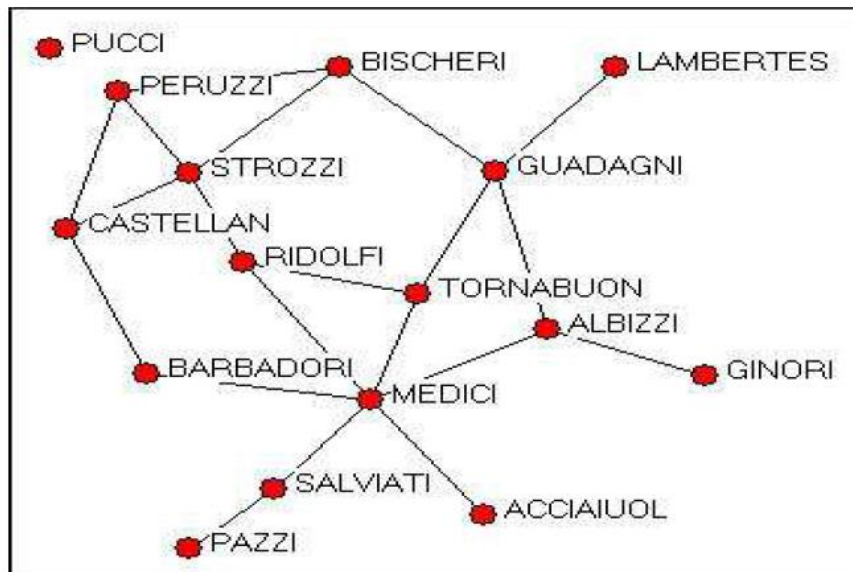



Fig. 73. La distribuzione di frequenza del reddito.

Se io scelgo un punto qualsiasi sull'asse orizzontale, corrispondente a un reddito annuo x, per sapere quante persone guadagnano quella cifra devo tracciare una linea verticale perpendicolare all'asse orizzontale fino a incontrare la curva. A partire dal punto in cui questa linea incontra la curva (punto di intersezione) traccio un segmento di retta perpendicolare all'asse verticale fino a incontrarlo. Il valore che quel punto assume sull'asse verticale indica il numero di persone che hanno quel reddito. Come si può facilmente osservare la curva ha una forma a campana simile a quella di Gauss, ma è asimmetrica, cioè ci sono più persone che hanno un reddito maggiore rispetto al reddito modale (cioè quello più comune) rispetto a quelle che hanno un reddito inferiore. Inoltre sul versante dei redditi alti la curva ha una coda

molto più lunga di una gaussiana, cioè l'ampiezza degli scostamenti dalla media (in questo caso di redditi molto alti) è significativamente maggiore. Per fare un paragone col grafico sulla statura degli italiani potremmo dire che ci sono meno disuguaglianze nel campo dell'altezza che in quello della ricchezza, cioè che la natura è stata più generosa con gli uomini di quanto non sia stata l'economia capitalistica. Ci sono più persone alte come un giocatore di pallacanestro che milionari. Infine anche la curva di Pareto è invariante di scala. Se infatti invece che prendere in considerazione la distribuzione del reddito da 0 fino al valore massimo, ci concentriamo sulla fascia di reddito tra 1 milione e un miliardo di euro, l'andamento della curva sarà lo stesso. Dal punto di vista probabilistico la legge di Pareto significa anche che se diventare miliardari in assoluto è molto difficile, è più facile diventarlo partendo da un patrimonio di 200 milioni piuttosto che avendo in banca qualche decina di migliaia di euro. Come dice il vecchio adagio: piove sempre sul bagnato. Peraltro questo tipo di distribuzione, spezzo ribattezzata legge dell'80 a 20, non si applica solo ai redditi, ma è molto comune. E' possibile ad esempio verificare che l'80% del fatturato nel trasporto aereo o ferroviario proviene dal 20% dei voli o delle linee, che l'80% dei premi pagati da un'assicurazione proviene da un 20% delle richieste di indennizzo, che l'80% del tempo di esecuzione di un *software* viene impiegato per applicare il 20% delle sue istruzioni.

Infine le reti a invarianza di scala di Barabasi hanno anche un'altra caratteristica, fondamentale dal punto di vista strategico: la possibilità di interrompere il viaggio di un'informazione da un nodo a un qualunque altro è molto ridotta, perché eliminato un nodo rimangono comunque molte altre vie alternative che l'informazione potrà percorrere e il numero dei *link* è così alto che l'attacco a qualunque *link* o a qualunque nodo non farà che interrompere soltanto una delle molteplici vie di comunicazione alternative. E' su quest'idea che, alla fine degli anni '60, l'ingegnere polacco Paul Baran, trasferitosi negli Stati Uniti e assunto ancora una volta dalla Rand Corporation, comincia a lavorare per costruire un sistema di comunicazione militare in grado di resistere a un attacco nucleare, ponendo le basi per la tecnologia che ha reso possibile la nascita di Internet. D'altra parte quelle reti hanno alcuni talloni d'Achille, che sono rappresentati dai propri *hub*. Se l'attacco colpisce un *hub* infatti la rete rischia di frammentarsi in sottoreti isolate tra loro. Per fare un esempio concreto uno sciopero che sia in grado di bloccare l'aeroporto di Fiumicino paralizzerà l'intera rete di trasporto aereo italiano, mentre uno sciopero all'aeroporto di Rimini creerà qualche problema, ma potrà essere vanificato facendo partire e arrivare i voli da e per Rimini all'aeroporto di Bologna. Quest'osservazione stimola una riflessione interessante sul versante politico e sociale.

Un'ultima curiosità. Il grafico qui sotto rappresenta il *network* sociale della famiglia Medici a Firenze nel Rinascimento.

Come si può notare i Medici rappresentano il maggiore *hub* nell'ambito dell'aristocrazia fiorentina del tempo. Mentre le altre famiglie sono imparentate o collegate con al massimo altre 4 famiglie, il 'nodo' dei Medici ha grado 6. Specularmente i Pucci risultano essere la cenerentola del gruppo, non essendo imparentati con nessuna delle altre grandi famiglie fiorentine. Viene da pensare che non sia un caso se proprio i Medici siano stati a lungo la famiglia di gran lunga più potente nella capitale Toscana. Le relazioni di parentela all'epoca infatti erano uno dei tanti mezzi per concludere alleanze tra famiglie diverse, prevenire scontri, tenere sotto controllo rivalità e tensioni. D'altra parte l'aristocrazia fiorentina aveva nei suoi *hub*, Medici in testa, dei tasselli fondamentali per la coesione del proprio sistema di potere. Proviamo per gioco a cancellare due *hub*: i Medici e i Guadagni.

Come possiamo vedere il *network* si spezza disegnando una nuova potenziale geografia del potere. Al centro ora si trovano gli Strozzi, che però possono contare su un numero minore di alleati naturali e non sono in grado di esercitare alcun controllo su 7 delle 14 famiglie più potenti di Firenze. Ovviamente si tratta di un ragionamento che è frutto di una semplificazione. I Pucci ad esempio furono buoni alleati dei Medici, pur non avendo legami di sangue. Tuttavia è sufficiente a esemplificare la vulnerabilità delle reti a invarianza di scala rispetto ad attacchi che colpiscano i loro punti nevralgici, cioè i loro *hub*, e allo stesso tempo a dare l'idea delle possibili applicazioni della teoria delle reti in campo strategico.

Teoria del caos

Nel 1972 il matematico e meteorologo Edward Lorenz pubblica un articolo, dal titolo, destinato a rimanere celebre, *Prevedibilità: può il battito d'ali di una farfalla in Brasile scatenare un uragano in Texas*? Lorenz si occupava di previsioni del tempo. I modelli matematici utilizzati in questo campo sono estremamente complessi: in pratica si suddivide l'atmosfera in 'cubetti', si misurano una serie di parametri - temperatura, pressione atmosferica, umidità ecc. - e si utilizzano calcolatori potentissimi per elaborare i dati, cubetto per cubetto, fino a simulare le condizioni atmosferiche complessive su larghe zone della superficie terrestre per un periodo di qualche giorno successivo ai calcoli. Un giorno Lorenz, dopo avere effettuato una di queste simulazioni con uno degli enormi e macchinosi calcolatori dell'epoca, decide di fare un secondo tentativo per maggiore sicurezza. Lascia la stanza in cui si trovava il calcolatore e al suo ritorno trova una sorpresa: il calcolatore la seconda volta ha ottenuto risultati completamente differenti rispetto alla prima simulazione. Stupefatto il matematico cerca di capire come sia possibile e si rende conto che la seconda volta, per risparmiare tempo, aveva introdotto nel calcolatore dei dati con un grado di approssimazione minore (in pratica aveva inserito meno decimali). Evidentemente una differenza infinitesimale tra i dati implementati al primo e al secondo tentativo aveva prodotto esiti completamente diversi. Scrivendo un articolo su questo singolare episodio, Lorenz decide di utilizzare un titolo metaforico, inventando il cosiddetto 'effetto farfalla'. Un'espressione diventata proverbiale e spesso interpretata un po' troppo alla lettera, dimenticandosi del fatto che si tratta appunto di una semplice metafora. Lorenz intendeva semplicemente sottolineare che una piccolissima variazione nell'evolversi di un fenomeno può avere effetti molto grandi. Così come i sei gradi di separazione anche l'effetto farfalla ha ispirato artisti, intellettuali e filosofi. Nel 1998 esce il film *Sliding Doors*, con Gwyneth Paltrow. La protagonista, all'inizio della commedia, viene licenziata, lascia il proprio posto di lavoro per andare a prendere la metropolitana. E' in ritardo e rischia di perdere la corsa. A quel punto l'intreccio si sdoppia disegnando due linee narrative diverse: in un caso la Paltrow riesce a salire sul treno, nell'altro le porte scorrevoli della metropolitana che danno il titolo al film le si chiudono in faccia. Un evento così banale avrà conseguenze tragiche: nel primo caso infatti la protagonista muore, nel secondo ha un brutto incidente cadendo dalle scale, ma sopravvive.

La teoria del caos studia l'evolversi di fenomeni caotici deterministici. La definizione richiede qualche chiarimento, perché di primo acchito suona un po' contraddittoria. Abitualmente infatti consideriamo l'aggettivo 'deterministico' come sinonimo di meccanicistico, fondato sulla necessità, privo di alternative. La meccanica di Newton è deterministica, perché, dato un corpo di peso qualsiasi sospeso in aria, ci dice con sicurezza che se lasciamo tale corpo libero, cadrà verso la superficie terrestre con un'accelerazione di 9,8 metri al secondo ogni secondo. E ci fornisce semplici formule con cui siamo in grado di *determinare* ad esempio quale velocità avrà in ogni istante, da quando inizia a cadere fino a quando toccherà terra, e dopo quanto tempo toccherà terra. Con la stessa naturalezza siamo abituati ad associare il termine caos al caso. Diciamo che una situazione è caotica quando 'può succedere di tutto', è impossibile fare previsioni e dunque siamo costretti ad affidarci alla fortuna. Il caos deterministico per i matematici è invece la caratteristica sostanziale di sistemi fisici, biologici, sociali, che sono deterministici, cioè di cui si conoscono le leggi che ne regolano l'evoluzione, ma che allo stesso tempo sono particolarmente sensibili a piccole variazioni, instabili, e quindi difficilmente prevedibili, soprattutto a lunga scadenza (com'è il caso appunto, delle previsioni del tempo). Anche in questo caso si tratta di una situazione simile a quella in cui ci siamo imbattuti parlando del moto browniano.

Uno dei primi a rendersi conto che alcuni fenomeni deterministici presentano aspetti caotici è Henri Poincaré. E forse non è un caso che sia stato proprio uno dei suoi allievi, quel Louis Bachelier di cui abbiamo parlato a proposito della teoria del mercato efficiente, a decidere di dedicare la propria tesi di laurea ai bizzarri sbalzi delle quotazioni di Borsa. Secondo il chimico russo Ilya Prigogine, premio Nobel grazie ai suoi studi sui sistemi complessi e instabili nel campo della termodinamica (la disciplina fisica che studia i fenomeni legati al lavoro e al calore), la meccanica newtoniana, l'analisi matematica e la geometria delle curve regolari stanno all'epoca industriale come la teoria del caos deterministico, la fisica delle particelle e la geometria frattale stanno all'epoca attuale. Prigogine sottolinea come la principale differenza tra questi due paradigmi stia nel modo in cui essi considerano il fattore tempo. Nella meccanica di Newton ogni movimento è reversibile: una palla che scende rotolando lungo un piano inclinato può risalire purché le venga applicata una forza uguale e contraria a quella che l'ha fatta rotolare giù (cioè la forza di gravità). Lo studio dei fenomeni legati al lavoro, all'energia e al calore da parte della fisica ottocentesca mette in luce (secondo principio della termodinamica) che tutte le trasformazioni in cui avviene uno scambio di energia sono irreversibili, perché non si può evitare che una parte dell'energia vada dispersa a causa dell'attrito. C'è una sorta di degradazione dell'energia che si manifesta nel fenomeno della cosiddetta entropia. Per cercare di dare un'idea intuitiva di questo concetto prendiamo una qualsiasi macchina: lo scopo di una macchina è convertire energia in lavoro, che si

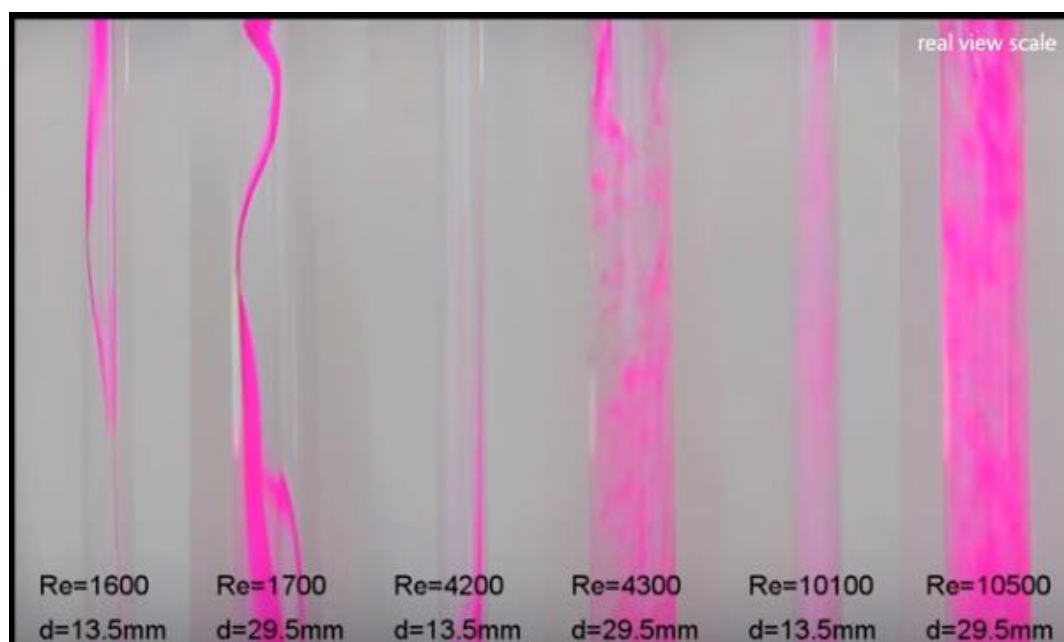
tratti di energia prodotta da una manovella girata a mano, di energia elettrica o prodotta dallo scoppio di un combustibile innescata dalla scintilla della candela nel motore di un'auto, la macchina converte quell'energia in lavoro, trasformando una barra di metallo in una lamina, facendo ruotare velocissimamente una lama in un frullatore oppure facendo ruotare le ruote motrici di un mezzo di trasporto. Ma una piccola parte di quell'energia si disperde nell'ambiente sotto forma di calore generato dall'attrito o da altre cause. Per questo chiunque sa che è meglio evitare di mettere le mani sul motore di un'auto subito dopo averlo spento. Ciò significa che la macchina, che in astratto è un sistema perfettamente ordinato che consente di trasformare energia in lavoro, in realtà è un sistema il cui ordine tende a trasformarsi in disordine, cioè in entropia. E l'entropia dell'universo aumenta col passare del tempo. Dunque quando la freccia del tempo è unidirezionale, cioè è impossibile tornare indietro, ma si può solo andare avanti accrescendo il disordine, i fenomeni fisici tendono a essere caotici o, se vogliamo, instabili. Ciò non significa che smettano di obbedire alle leggi della fisica e che siano imprevedibili, ma solo che sarà più difficile fare previsioni a lungo termine, come invece è possibile fare rispetto al moto di un pianeta o alla caduta di un grave. Non sarebbe corretto però dedurne che la meccanica newtoniana è 'superata'. Essa infatti rappresenta semplicemente un caso particolare, un'isola di ordine e di regolarità, in un mare di entropia. La scienza procede sempre per espansione: ogni teoria successiva supera le teorie precedenti solo nel senso che le amplia, ma allo stesso le conserva al proprio interno in quanto casi particolari. Un modo di procedere che ricorda il concetto di negazione che è il motore della dialettica hegeliana, l'*Aufhebung* che nega e allo stesso tempo conserva.

Cerchiamo di capire allora come sia possibile analizzare il caos deterministico ricercandovi delle regolarità su cui far leva per effettuare delle previsioni. Prendiamo un pendolo. Si tratta di un sistema fisico molto semplice costituito da un piccolo corpo pesante (ad esempio una pallina metallica) fissato a una barra di metallo incernierata all'estremità superiore in un perno (ad esempio un chiodo piantato in un muro) in modo che la pallina possa oscillare in un piano parallelo al muro stesso (cioè verso destra e verso sinistra, ma non avanti e indietro rispetto al muro). Se la bacchetta è nella posizione verticale corrispondente alla posizione della lancetta di un oroglogio che segna le 6 la pallina rimarrà ferma perché la resistenza della bacchetta annulla la forza di gravità che attira la pallina verso terra. Le due forze sommandosi si annullano e il risultato è l'assenza di moto. Se spostiamo la pallina a destra o a sinistra di quel punto il pendolo comincerà a oscillare avanti e indietro lungo una traiettoria a mezzaluna, con oscillazioni tutte della stessa durata (il fenomeno, studiato per la prima volta da Galileo, è chiamato 'isocronismo'). La posizione della pallina e la sua velocità in ogni istante possono essere facilmente calcolate con le semplici formule della meccanica newtoniana e quindi in ogni

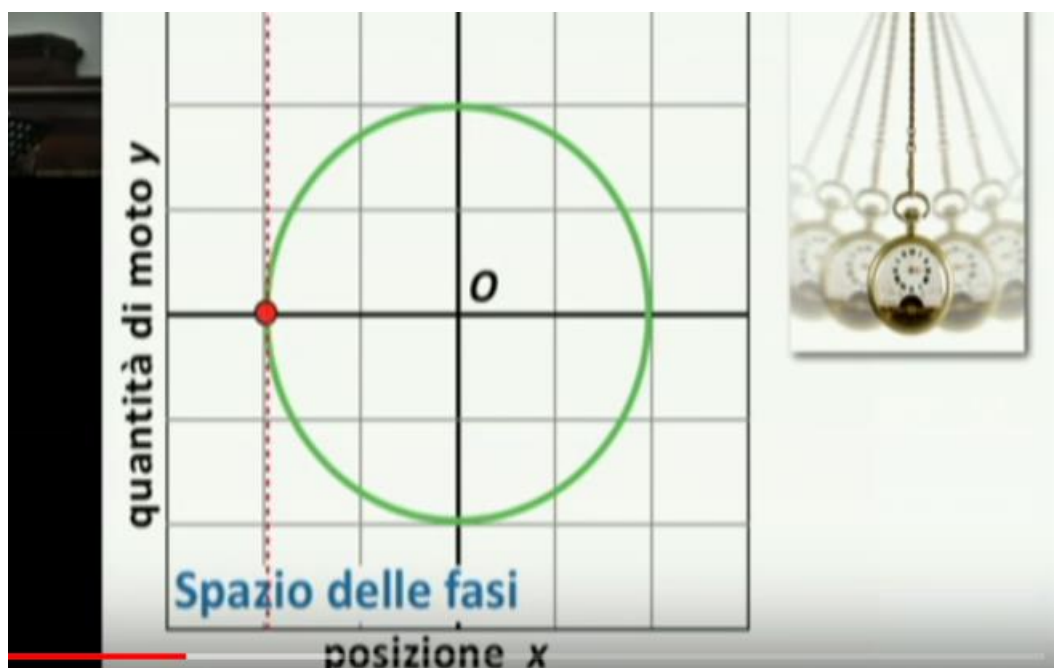
istante potremo calcolare velocità e posizione della pallina. Ed è proprio basandosi su questa proprietà che è stato possibile costruire degli orologi a pendolo, tarando il meccanismo in modo che ogni oscillazione duri un secondo e aggiungendo al sistema un meccanismo a molla, detto scappamento, che può essere 'caricato' e compensa la progressiva perdita di energia del pendolo dovuta all'attrito dell'aria e all'attrito che il perno esercita sulla bacchetta. Tralasciamo per il momento tale attrito, cioè immaginiamo che esso sia trascurabile - i fisici direbbero che si tratta di un sistema 'conservativo', cioè in cui non c'è dispersione di energia come invece prevede il secondo principio della termodinamica. Immaginiamo poi di disporre due pendoli uguali, collocati uno di fianco all'altro e di metterli in moto spostando le due palline, in modo che l'ampiezza degli angoli formati dalle due bacchette rispetto alla posizione di partenza siano molto simili, prima di lasciarle andare. Le due palline cominceranno a oscillare all'unisono lungo la stessa traiettoria, pur con una leggera sfasatura dovuta al fatto che i loro punti di partenza sono vicini ma non coincidenti.

Ora invece costruiamo un pendolo doppio, cioè un pendolo in cui la bacchetta di metallo ha uno snodo intermedio ovvero è costituita da due bacchette imperniate l'una sull'altra al centro, in modo che anche se la bacchetta superiore (quella imperniata sul perno piantato nella parete) rimane ferma, la parte inferiore possa ruotare intorno al perno che la vincola a quella superiore. Anche in questo caso tralasciamo l'attrito. Come abbiamo fatto prima esaminiamo due pendoli doppi mettendoli in moto con una minima differenza nelle condizioni iniziali (possiamo farli partire da due punti molto vicini oppure abbandonarli con un movimento della mano leggermente più o meno brusco. Che cosa succede? Su internet è possibile trovare delle simulazioni fatte al computer, ad es. il video 'Pendolo doppio - simulazione', https://www.youtube.com/watch?v=N1biFObAGAY. Se osserviamo questo video noteremo che fino al 13esimo secondo i due pendoli (uno bianco collocato davanti e uno grigio dietro) percorrono la stessa traiettoria di colore bianco; tra il 13esimo e il 14esimo la traiettoria bianca si sdoppia in due traiettorie, una rossa e una verde, per poi subito dopo tornare a coincidere e a sdoppiarsi sempre più frequentemente; dal 27esimo secondo le due traiettorie si sdoppiano e proseguono perlopiù separatamente e alla fine del video, dopo quasi un minuto, i due bracci inferiori, che fino a quel momento avevano oscillato con traiettorie e velocità diverse ma sempre entrambe o in senso orario o antiorario, divergono ulteriormente: il pendolo bianco ruota in senso antiorario e quello grigio in senso orario. Che cosa è successo: si è creata una biforcazione a causa dell'effetto farfalla: una quasi impercettibile differenza delle condizioni iniziali ha fatto sì che ciascuno dei due pendoli a un certo punto prendesse la propria strada. L'improvvisa biforcazione è stata simulata, cioè prevista, dal calcolatore applicando le equazioni del moto, ma solo perché esso conosceva l'impercettibile differenza delle condizioni iniziali, dal momento che si trattava di un dato inserito nel calcolatore da un essere

umano. Nella realtà concreta però in questi casi la differenza tra le condizioni iniziali è talmente piccola che per un osservatore è quasi impossibile percepirla.

Queste improvvise biforcazioni dovute all'effetto farfalla sono comuni a molti fenomeni fisici. Uno dei più comuni è il fenomeno della turbolenza, una particolare forma di passaggio dallo stato ordinato al caos, che riguarda i gas, le correnti liquide e di aria e - considerando anche le trasmissioni elettriche come flussi di elettroni o di onde elettromagnetiche - fenomeni come il rumore, di cui ho parlato a proposito delle prime ricerche di Mandelbrot nel capitolo sui frattali. Immaginiamo un tubo in cui scorre un liquido bianco e di iniettarvi dentro un altro liquido di colore rosso. Possiamo verificare che, finché la velocità del primo è sufficientemente bassa, il liquido rosso verrà trascinato da quello bianco senza mescolarsi. Di fatto ci apparirà una linea rossa che scorre immersa nel flusso di liquido bianco parallelamente alle pareti del tubo. E' il cosiddetto moto laminare dei liquidi. A un certo punto, un incremento minimo della velocità di scorrimento fa sì che i confini della linea rossa comincino a sfrangiarsi e a dare vita a dei vortici. Nella figura sotto sono rappresentati i diversi tipi di flusso con velocità crescente).

Lo stesso fenomeno applicato alle correnti d'aria determina le turbolenze che a chiunque viaggi in aereo è capitato di sperimentare almeno una volta. Nell'ambito della psicologia sociale è abbastanza comune studiare fenomeni analoghi di passaggio dalla stabilità alla turbolenza, ma anche di segno contrario. A chiunque di noi è capitato di trovarsi nei corridoi di una stazione della metropolitana in condizioni di maggiore o minore affollamento. I flussi di persone si comportano in modo sorprendentemente simile al flusso dei liquidi. Quando il numero di persone che transitano in un corridoio è limitato ciascuno tende a muoversi secondo

traiettorie disordinate e imprevedibili. Ma quando il traffico si intensifica, a un certo punto scatta un meccanismo per cui le persone tendono a sintonizzarsi e a dividersi in due flussi ordinati, uno in entrata e l'altro in uscita, che corrono tenendosi solitamente sulla propria destra (banalmente perché in Italia vige la regola della guida a destra sulle strade). Analogamente quando il flusso si riduce ciascuno tende a tornare alla propria personale traiettoria di minore resistenza, cioè quella che consente di percorrere il corridoio nel minor tempo possibile aggirando gli ostacoli, cioè le persone che camminano in direzione opposta o quelle che vanno nella stessa direzione ma con minore velocità. Dalla turbolenza all'ordine e viceversa.

Per studiare il movimento di sistemi come il pendolo i fisici hanno introdotto il concetto di 'spazio delle fasi'. Lo spazio delle fasi è una rappresentazione delle variabili che determinano l'evoluzione di un sistema, nel caso del pendolo il suo movimento, in forma algebrica, cioè attraverso formule numeriche oppure attraverso un grafico. Le formule numeriche che servono a descrivere lo spazio delle fasi di un sistema sono un insieme (i matematici direbbero sistema) di equazioni che legano un certo numero di variabili x,y,z, (dette 'gradi di libertà'), permettendoci di calcolare il loro comportamento al variare del tempo. Si chiamano 'equazioni di Lorenz' in omaggio proprio allo scopritore dell'effetto farfalla. In questo caso utilizzo un grafico, perché di più facile comprensione. Il moto del pendolo - come vedremo tra poco - è rappresentabile utilizzando due sole variabili, x e q, cioè ha due gradi di libertà e può essere rappresentato su un piano con un sistema di coordinate definito da due assi X,Y.

L'asse orizzontale delle x rappresenta la posizione della pallina, cioè x è una coordinata che indica a che punto si trova della traiettoria a mezzaluna (poiché la

pallina si muove avanti e indietro su una traiettoria sempre uguale per individuarne la posizione basta un'unica coordinata). L'asse verticale misura invece la velocità della pallina quando si trova nel punto di coordinata x (per essere più precisi, ne misura la 'quantità di moto' (q), che è pari alla massa, cioè al peso, per la velocità della pallina. Poiché la massa della pallina è costante, l'andamento della quantità di moto è identico a quello della velocità). La circonferenza è il grafico della funzione f(x)=q, che mette in relazione la posizione del pendolo con la sua quantità di moto. Quando la pallina si trova nel punto di coordinata x per conoscerne la quantità di moto basta tracciare, a partire da x, un segmento di retta parallelo all'asse verticale fino a incontrare la curva e da lì tracciare un segmento di retta parallelo all'asse delle x fino a incontrare quello verticale. Il valore del punto di intersezione tra questo segmento e l'asse verticale indica la quantità di moto.

Che cosa ci dice il grafico? I due punti di intersezione tra la curva e l'asse orizzontale rappresentano i punti estremi della traiettoria a mezzaluna, quelli in cui la velocità è 0. Ammettiamo che il punto di partenza, quello in cui si trova la pallina quando la teniamo in mano prima di abbandonarla, sia quello in cui si trova il pallino rosso nella figura. In quel punto la velocità del pendolo è pari a 0. Quando molliamo la pallina essa comincia a muoversi in senso orario con velocità crescente fino al punto in cui incontra l'asse Y, quello in cui la bacchetta del pendolo è verticale. Da lì in poi la velocità decresce fino al punto in cui incontra l'asse X, l'altro estremo della mezzaluna, in cui la velocità si azzera. A quel punto la velocità ricomincia a crescere in valore assoluto ma con segno negativo. Questo perché la velocità è una quantità vettoriale, cioè dotata di un segno + o – che indica la direzione di percorrenza della traiettoria. Il fatto che la velocità diventi negativa corrisponde al fatto che la pallina inverte il senso di percorrenza della traiettoria. Dunque la velocità ricomincia a crescere fino a che la pallina incontra di nuovo l'asse Y, questa volta, nel semipiano inferiore. Da lì in poi diminuisce nuovamente fino ad azzerarsi nel punto di partenza per poi ricominciare. Se invece consideriamo l'attrito vedremo che il grafico è quello di una spirale che a un certo punto si trasforma in una circonferenza.

Ciò corrisponde al fatto che un pendolo reale inizialmente ha oscillazioni più ampie finché, proprio a causa dell'attrito, si stabilizza su oscillazioni della stessa ampiezza (e della durata di un secondo ciascuna) grazie al meccanismo di scappamento, che compensa l'effetto dell'attrito, rendendolo irrilevante. In questo il primo grafico fotografa la situazione iniziale descritta nel secondo, che rappresenta il movimento del pendolo nello spazio delle fasi dal momento in cui entra in funzione il meccanismo di scappamento. In ogni caso sia il primo sia il secondo grafico sono figure regolari e note da sempre: una circonferenza e una spirale. La descrizione dell'evoluzione di un sistema, in questo caso del movimento di un pendolo, nel suo spazio delle fasi si chiama 'attrattore', nel senso che rappresenta la traiettoria lungo cui viene attratto il sistema. Non la traiettoria spaziale in un sistema di coordinate alto/basso e sinistra/destra, ma la traiettoria in un sistema in cui le coordinate sono posizione e quantità di moto.

Se vogliamo rappresentare lo spazio delle fasi di un pendolo doppio la situazione è complicata dal fatto che si tratta di un sistema con 3 gradi di libertà, perché, intuitivamente, abbiamo aggiunto uno snodo a metà della bacchetta e quindi per individuare la posizione della pallina abbiamo bisogno di due coordinate, una relativa alla rotazione della metà superiore, una a quella inferiore. Quindi dobbiamo disegnare l'attrattore del pendolo in uno spazio tridimensionale. Su internet è possibile trovare i grafici in movimento dell'evoluzione di un attrattore del tipo di quello generato dal moto di un pendolo doppio (ad es. Youtube, 'Lorenz attractor', https://www.youtube.com/watch?v=ByH8_nKD-ZM). Come potrete notare il grafico presenta un andamento caotico e irregolare, ma con due elementi di regolarità che lo rendono estremamente interessante: 1. la traiettoria non si ripete mai, cioè non passa mai due volte lungo una stessa curva e però, pur non ripetendosi mai, 2. è contenuta dentro due regioni del piano che hanno l'aspetto - ironia della sorte - delle ali di una farfalla. Questo tipo di attrattore, chiamato 'attrattore strano' o 'attrattore di Lorenz', ci mostra con un'immagine, quindi in modo abbastanza intuitivo, che cos'è il 'caos deterministico'. Come possiamo vedere in questo caso è estremamente difficile prevedere l'evoluzione del sistema che stiamo studiando, perché la traiettoria è estremamente irregolare, ma le due ali individuano due 'bande di oscillazione' che delimitano lo scenario futuro e consentono di fare delle previsioni. *Dulcis in fundo*: analizzando gli attrattori di Lorenz si scopre che essi hanno una struttura di tipo frattale!

A questo punto siamo arrivati di nuovo al momento della fatidica domanda: a che serve? L'esempio del flusso di persone nella stazione della metropolitana ha già dato un'indicazione di come la teoria del caos deterministico sia in grado di avere delle applicazioni al comportamento di grandi masse di persone, come nel caso della teoria dei giochi di campo medio. Vi sono altre applicazioni in campo demografico,

così come in medicina ed economia, ma voglio soffermarmi sui possibili utilizzi in campo militare e organizzativo. Su questi due temi si trova una vasta letteratura e come sempre gli USA la fanno da padroni. Nel suo *Chaos theory. The essentials for Military Applications* (1995), il maggiore Glenn E. James, ufficiale dell'aviazione militare e docente presso la Scuola di Guerra della marina militare americana di Newport, città della costa atlantica a sud di Boston, dopo aver cercato di rendere accessibile a un pubblico ampio di militari i fondamenti della teoria del caos, cerca di rispondere alla stessa domanda che noi ci siamo posti all'inizio del paragrafo. Il capitolo 4 del saggio è intitolato appunto 'Come possiamo usare i risultati?' e sottotitolato ' Sfruttare la teoria del caos'.

Già Clausewitz, utilizzando le metafore di 'nebbia' e 'attrito' individuava nella guerra un fenomeno 'caotico'. Potremmo dire che il suo notissimo trattato *L'Arte della Guerra* rappresenta proprio il tentativo di individuare un ordine 'al di sotto della nebbia', dunque di ricondurre la guerra a un fenomeno deterministico. Il maggiore James osserva che in generale la teoria del caos può essere impiegata per misurare la sensibilità alle variazioni all'interno di di un sistema bellico, ad esempio l'esercito avversario, e di conseguenza per capire quanto a lungo termine possiamo fare previsioni sul campo di battaglia. In altre parole, quando induciamo un sistema a reagire a una sollecitazione, la teoria del caos ci permette di capire che tipo di risposte possiamo ottenere e di quale intensità e di calibrare conseguentemente la forza delle nostre azioni. Prendiamo in considerazione le provocazioni che la Corea del Nord stava mettendo in atto nei confronti del Giappone e degli USA – test nucleari e lanci di missili – prima che sbocciasse il 'dialogo' con Trump. Potremmo porre il problema in questi termini: qual è la soglia oltre la quale i due paesi minacciati possono improvvisamente decidere di passare a vie di fatto? Ovvero: quale ampiezza deve avere l'innalzamento della soglia di minaccia per spingere USA e Giappone ad esempio a bombardare Pyongyang? Applichiamo lo stesso principio all'informazione. Dobbiamo capire con quale frequenza e con quanto dettaglio ci conviene diffondere informazioni provenienti da un teatro di guerra per scatenare il cosiddetto *overload*, cioè la saturazione, che abbassa la soglia di attenzione dell'opinione pubblica. E di conseguenza regolare l'intervallo di tempo tra una conferenza stampa e la successiva per ottenere l'effetto desiderato. Ma possiamo usare la stessa tecnica per calibrare la circolazione di informazioni all'interno di una struttura organizzata come un esercito. James spiega come l'esperienza abbia mostrato che una minima variazione del numero di riunioni e *briefing* settimanali possa determinare un netto cambiamento dell'efficienza organizzativa di un gruppo di comando. La teoria del caos può essere utilizzata inoltre per affinare tecniche militari già conosciute. E' noto che per disorientare il nemico è utile prendere in rapida sequenza l'iniziativa una prima volta e successivamente un numero n di volte prima che il nemico abbia avuto tempo di elaborare una risposta. Quante volte è

necessario ripetere questa procedura e con quali intervalli di tempo tra un'azione e l'altra per scatenare la massima confusione nel comando avversario col minor dispendio di risorse? In altre parole - come hanno stabilito alcuni studi condotti ancora una volta da un gruppo di ricercatori della Rand Corporation - questo metodo può essere utilizzato non tanto per prevedere il futuro, quanto per capire meglio i mutamenti indotti da una serie di aggiustamenti incrementali applicati a un'iniziativa rilevante in ambito geopolitico o militare. Si tratta insomma di determinare il 'punto critico' di un fenomeno in campo militare, così come Gladwell nel volume che ho citato analizza la soglia oltre la quale un fenomeno sociale assume carattere epidemico.

Il secondo aspetto trattato da James riguarda la capacità previsionale sul campo di battaglia o più in generale in campo militare o geopolitico. Può essere desiderabile saper prevedere quanti missili o carri armati un paese nemico possa produrre nel medio termine, in modo regolare di conseguenza la propria produzione bellica. Tradizionalmente si parte da dati statistici sulla produzione passata e interpolando ed estrapolando i dati si fa una proiezione sul futuro. Ma sappiamo che la variazione minima di un parametro può produrre un'impennata o un abbassamento della produzione. La teoria del caos permette di studiare la sensibilità della produzione bellica di un paese a una variazione minima di alcuni parametri e la possibilità di disegnare gli attrattori di un sistema definisce delle distribuzioni probabilistiche che delimitano con una certa approssimazione il fenomeno (le ali della farfalla) e quanto a lungo termine possano essere fatte previsioni sufficientemente affidabili. Abbiamo visto infatti che un attrattore è una regione dello spazio della fasi di un sistema che 'attrae' al suo interno la dinamica del sistema stesso.

James cita inoltre uno studio di J.T. Dockery e A.E.R. Woodock intitolato *Il paesaggio militare. Modelli matematici di combattimento*, in cui viene analizzato il fenomeno dell'insorgenza armata utilizzando il modello della relazione cacciatore/preda sviluppato dai biologi. I dati dimostrano che c'è una tendenza a un'oscillazione periodica della capacità di reclutamento e della forza in ogni movimento di resistenza armata. E che adeguarsi a tali oscillazioni, ad esempio aumentando in modo proporzionale gli organici dell'esercito o della polizia nei momenti di picco è controproducente. Secondo i due autori la strategia più efficace è quella di aumentare leggermente le forze in campo nelle fasi ascendenti e concentrare i propri sforzi nel colpire l'insorgenza nei momenti di picco negativo.

Infine James introduce l'idea di strategie di controllo del caos. Uno Stato può avere interesse a provocare una situazione di caos all'interno di un altro paese (o anche al proprio interno), ma allo stesso tempo deve tenere questo caos sotto controllo, onde evitare effetti indesiderati. E' come se decidessimo di intervenire dall'esterno

sul moto di un pendolo semplice per renderne il moto irregolare ma non troppo. Una tecnica analoga a quella analizzata da Naomi Klein nel suo *Schock Economy*. La giornalista canadese vicina al movimento *no global* osserva infatti che un improvviso trauma economico provoca una situazione di confusione emotiva nella popolazione e che questo è il miglior viatico per procedere a una rapida ristrutturazione produttiva e sociale, che sarebbe impensabile in un quadro di stabilità. Un approccio che si è diffuso più in generale negli studi sui modelli organizzativi. La Klein argomenta come il *golpe* cileno del 1973 sia stato un esempio di applicazione di uno *schock* propedeutico all'introduzione di una massiccia dose di misure neoliberistiche nel paese. In un articolo sempre del 1995, R.A. Thétart e B. Forgues, dell'Università di Paris Dauphine, osservano come qualunque forma organizzata sia un sistema dinamico non lineare soggetto a forze che tendono a spingerlo verso la stabilità o verso l'instabilità e come l'intervento su parametri come la sensibilità alle condizioni iniziali, la discontinuità nel cambiamento, l'attrazione verso particolari configurazioni, l'invarianza di scala e l'irreversibilità aiuti ad analizzare e a facilitare o contrastare le possibili dinamiche evolutive di un'organizzazione. Nel 2008 Robert G. L. Pryor, Norman E. Amundson e Jim E.H. Bright hanno creato l'acronimo CTC (*Chaos Theory of Career*) spiegando come l'applicazione della teoria del caos al mercato del lavoro permetta di considerare la carriera professionale come 'una proprietà emergente dell'interazione degli individui come sistema col resto del mondo, inteso anche nei termini di sistemi multipli integrati l'uno nell'altro'. Ciò dà indicazioni ad esempio su come influenzare le aspettative di carriera nella società e dunque influenzare le scelte lavorative di una popolazione.

Ho cercato di passare in rassegna una piccola parte della letteratura riguardante l'applicazione della teoria del caos nell'ambito delle scienze sociali, limitandomi a trattare alcuni degli ambiti più interessanti dal punto di vista politico. Aggiungo un'osservazione che riguarda un tema politico più generale. Negli ultimi anni - come ho sottolineato nell'Introduzione - la perdita di credibilità delle istituzioni e dei media ha generato una diffusione virale di teorie cospirazioniste. La caratteristica centrale di queste teorie non sta tanto nel fatto che denuncino una manipolazione della ricostruzione ufficiale di alcuni eventi (attentati terroristici, epidemie, insurrezioni come le cosiddette 'rivoluzioni colorate') da parte delle autorità. La storia dimostra infatti che i complotti, da Nerone all'incendio del *Reichstag* a Piazza Fontana, esistono eccome. Il problema piuttosto sta nel fatto che per i 'complottisti' la cospirazione diventa più in generale una metodologia storiografica. Ogni evento non è mai come appare, è sempre frutto di un piano ordito a tavolino e in gran segreto da una piccola cerchia di cospiratori. Ciò che conferisce una parvenza di attendibilità a questa interpretazione della storia e della cronaca, che tra qualche anno diventerà storia, è l'idea socialmente diffusa che un 'grande avvenimento' non possa che svilupparsi come effetto lineare di una 'grande macchinazione'. Cioè che

l’ordine di grandezza della causa occasionale di un evento debba essere pari all’ordine di grandezza dell’evento stesso. Come se per spiegare un incendio di dimensioni colossali non bastasse un mozzicone di sigaretta gettato dal finestrino di un auto, ma avessimo bisogno di un *team* di piromani professionisti assoldati da una Spectre internazionale del fuoco. Dunque qualunque spiegazione basata sul caso o sull’azione di fattori che, in uno scenario complesso, introducano una quantità incrementale molto piccola, ma capace di far traboccare il vaso di una grande massa di contraddizioni accumulatesi nel tempo, è bandita e anzi considerata frutto di manipolazione. Il 28 giugno 1914 a Sarajevo lo studente nazionalista serbo Gavrilo Princip sparò all’arciduca Francesco Ferdinando d’Asburgo, erede al trono imperiale austriaco e alla moglie Sofia uccidendoli. L’organizzazione indipendentista che aveva organizzato l’attentato, la Mano Nera, aveva seminato di insidie il percorso della carrozza del principe ereditario in vista nella capitale serba. Ben tre erano gli uomini pronti a ucciderlo al suo passaggio. Il primo scagliò una bomba verso la carrozza, senza successo. Francesco Ferdinando, nonostante il pericolo, decise di proseguire e, al secondo tentativo si capì che quella scelta era stata un peccato di superbia mortale. Dal punto di vista dell’Imperatore d’Austria Francesco Giuseppe la morte dell’erede al trono risolveva un problema dinastico di non poco conto: il principe ereditario aveva ottenuto l’approvazione imperiale al suo matrimonio con Sofia solo firmando un atto con cui si impegnava a rinunciare al diritto di successione per la moglie e i figli. Ma Francesco Giuseppe non era così convinto che tale impegno sarebbe stato mantenuto, al punto che - secondo alcuni testimoni - appresa la notizia dell’assassinio avrebbe commentato ‘Un potere superiore ha ristabilito l'ordine che io, purtroppo, non sono riuscito a preservare’ (secondo altri invece avrebbe detto ‘Poveri bambini’, riferendosi ai figli). Eppure di lì a poco l’Austria dichiarò guerra alla Serbia mettendo in moto una reazione a catena di Stati legati tra loro da vincoli di alleanza e patti di mutuo soccorso in caso di guerra. E’ mai possibile che un evento così influenzato dal caso e di così infima importanza abbia potuto scatenare un conflitto mondiale senza che vi sia stata una pianificazione ben più ampia, magari col coinvolgimento della Russia o di un’altra potenza, di quella messa in atto da un piccolo e abbastanza scalcagnato gruppo di studenti nazionalisti? Dal punto di vista della teoria del caos, se consideriamo il mondo del 1914 come un sistema dinamico non lineare, in stato di relativo equilibrio, ma sotto l’azione di forze che lo spingevano verso l’instabilità, la risposta è sì!

A che serve?

Nei capitoli precedenti ho cercato di fare una panoramica di alcune teorie matematiche sviluppate in un periodo relativamente recente, in particolare a partire dagli anni ’50 fino a oggi, della loro possibile applicazione nel campo delle scienze sociali (nel senso più ampio del termine), degli studi condotti e/o finanziati da istituzioni politiche, militari, scientifiche proprio al fine di sviluppare strategie per analizzare e gestire fenomeni sociali complessi. Mi rendo conto che - come ho già sottolineato più volte - la possibile reazione del lettore potrebbe essere: bene, è tutto molto interessante, ma a cosa serve concretamente tutto questo ambaradàn di teoria? E’ una delle obiezioni a cui ogni nuova teoria matematica spesso si trova costretta a rispondere. E’ chiaro infatti che ci troviamo su un terreno che rischia di apparire (e in parte è) molto astratto. Le scienze, e in particolare la matematica, sono metodologicamente inclini a procedere per semplificazioni della realtà, tendono cioè a elaborare modelli basati su schemi che prendono in considerazione soltanto alcuni tra i molteplici aspetti dei problemi concreti che studiano. In Italia la cultura dominante, fortemente influenzata dalla distinzione crociana tra discipline scientifiche e discipline umanistiche, filtrata nella scuola attraverso la riforma Gentile, ha contribuito a diffondere l’idea che soltanto queste ultime siano in grado di garantire una comprensione dei fenomeni complessi. Il linguaggio naturale, con la sua ampia gamma di sfumature e connotazioni, sarebbe il solo capace di descrivere la realtà dell’uomo nella sua ampia gamma di aspetti e punti di vista. In altre parole i matematici sarebbero come pittori costretti a dipingere la realtà usando una tavolozza estremamente povera di colori e di tonalità e dunque la loro disciplina sarebbe inadatta a rendere conto della complessità della vita quotidiana, tranne che in alcuni campi molto limitati dello scibile umano.

Questo tipo di osservazione coglie un aspetto reale. La scienza in generale non aspira a descrivere ciò di cui si occupa in modo realistico. Ciò che le sta a cuore piuttosto è elaborare degli schemi che consentano di comprendere alcuni aspetti del loro funzionamento e, su questa base, di fare delle previsioni. Spesso modelli diversi convivono e consentono di spiegare aspetti diversi dello stesso fenomeno. La meccanica newtoniana, di cui abbiamo parlato, studia un’ampia gamma di oggetti - edifici, pianeti, proiettili d’artiglieria, mezzi di trasporto, particelle subatomiche -

prendendone in considerazione solo alcuni aspetti - massa, velocità, accelerazione - e prescindendo da altri - forma, colore, carica elettrica - che vengono invece analizzati da altre discipline o da altre branche della stessa fisica. Il modello più familiare della struttura dell'atomo - quello di Bohr-Rutheford che la maggior parte di noi ha studiato a scuola - è stato ricavato per analogia dal sistema solare studiato tramite i concetti meccanica newtoniana. C'è un nucleo, formato da protoni ed elettroni, attorno al quale gli elettroni ruotano lungo orbite circolari come satelliti intorno a un pianeta. Ma dal momento che le particelle subatomiche sono dotate di carica elettrica positiva o negativa, cioè che i legami che tengono insieme gli atomi sono dettati dalla forza di attrazione elettromagnetica più che dalla forza di gravità, a quel modello 'corpuscolare' se ne sono aggiunti altri, ad esempio quello che descrive il moto di un elettrone come propagazione di un'onda elettromagnetica nello spazio. Lo scienziato non si preoccupa della 'realtà' dei propri modelli. In altre parole, non si chiede se un fascio di luce o una corrente elettrica siano effettivamente un'onda o un insieme di onde piuttosto che un corpuscolo che viaggia attraverso un conduttore. Ciò che gli interessa è quanto ciascuno di questi modelli sia in grado di fornire risultati utili alla soluzione di un problema specifico e soprattutto quanto siano accurate le previsioni che esso consenta di avanzare. Nel corso del '900 sono stati introdotti persino modelli detti *black box* (scatola nera). La logica di questi modelli è studiare come a determinati *input* seguano determinati *output*, disinteressandosi di cosa accada 'nel mezzo', nella scatola nera appunto, cioè di come i primi si traducano nei secondi.

Detto questo, la domanda è: siamo sicuri che nell'ambito delle discipline 'umanistiche' analoghe semplificazioni siano bandite? Qualcuno attribuisce a Flaubert la frase secondo cui 'scrivere storia è come bere l'acqua di un oceano e pisciare quella di una tazza'. E in effetti, proprio come lo scienziato studia gli oggetti sempre collocandosi da un punto di vista determinato e quindi rinunciando a coglierne la totalità, anche uno storico, un sociologo, un poeta o un musicista analizzano la realtà da un particolare punto di vista e basandosi su una serie di convinzioni indimostrabili come gli assiomi e i postulati su cui Euclide fondò la propria geometria. E' naturale infatti che uno storico di formazione cattolica tenda a vedere nella Storia la realizzazione di un disegno provvidenziale, così come un marxista tenderà a vedere in essa la realizzazione di un inevitabile processo di emancipazione sociale della classe operaia, mentre altri ancora negheranno qualunque forma di finalismo e di razionalità nel succedersi degli eventi. Certo i dati sono i dati. La scoperta dell'America avviene nel 1492 e da lì inizia la colonizzazione del 'nuovo continente' da parte delle potenze politiche ed economiche dell'epoca: è innegabile. Ma sulle ragioni profonde per cui ciò che non era stato possibile nei secoli precedenti sia avvenuto proprio in quel periodo la discussione tra gli storici è aperta e influenzata dal punto di vista che ogni storico assume. C'è chi sottolineerà i

fattori economici che hanno costretto paesi come la Spagna, la Francia e l'Inghilterra a trovare nuovi sbocchi commerciali e serbatoi di materie prime a basso costo, chi invece evidenzierà il fatto che senza lo sviluppo di nuove tecnologie la navigazione lungo le rotte transatlantiche sarebbe stata troppo pericolosa e riservata a pochi pionieri sprezzanti del rischio e così via.

Fatta questa doverosa premessa, ciò che emerge dalle ricerche che ho cercato di riassumere è che ci sono alcune interessanti analogie tra alcune classi di oggetti matematici (giochi, grafi, frattali, particelle soggette a fenomeni di caos deterministico) e alcuni fenomeni sociali: transazioni economiche, guerre, manifestazioni di massa, evoluzione di organizzazioni aziendali, circolazione di messaggi all'interno di una rete sociale o virtuale ecc. E che alcuni modelli sviluppati dalla fisica e dalla matematica applicata per studiare la natura possono essere impiegati per studiare tali fenomeni, proprio come il modello del sistema solare è stato utilizzato per descrivere l'atomo e spiegare alcuni fenomeni elementari del mondo infinitamente piccolo. Ovviamente quando si procede per analogia bisogna sempre essere molto cauti. Mandelbrot si chiede che cosa significhi e perché l'andamento dei mercati finanziari abbia una struttura simile a quella dei frattali e avanza alcune ipotesi, riconoscendo però che al momento la scienza non è in grado di rispondere a questa domanda, ma ipotizza che sia comunque possibile sfruttare questa analogia per contenere i rischi degli investitori. Mark Buchanan, fisico, redattore della prestigiosa rivista scientifica *Nature* e abile divulgatore, nel titolo dei suoi due libri *Nexus. Perché la natura, la società, l'economia funzionano allo stesso modo* e *Ubiquità. Dai terremoti al crollo dei mercati: la nuova legge universale dei cambiamenti* sembra invece suggerire l'esistenza di una legge universale che regola sia il funzionamento della natura sia quello della società. Personalmente trovo la cautela di Mandelbrot più condivisbile. In ogni caso ciò che conta dal nostro punto di vista è esclusivamente se e quali applicazioni della moderna matematica forniscano degli strumenti concreti allo studio di alcuni problemi nel campo delle scienze sociali e in particolare di questioni di strategia politica, economica, militare, mentre lasceremo alla filosofia il compito di interrogarsi sulle ragioni profonde per cui, per certi aspetti (e sottolineo *per certi aspetti*), gli spettatori di una partita di calcio si comportano in modo analogo alle particelle di gas studiate dalla meccanica statistica. Più ci si addentra nel campo della filosofia, tanto più cresce il rischio di cadere in un utilizzo ideologico della scienza. Nel marzo 2017 sul *Journal of Applied Physics* è apparso un articolo intitolato *Il fondamento fisico delle disuguaglianze economiche*. Gli autori Adrian Bejan e M.R. Errera, sostengono, a partire dallo studio dei mutamenti del bacino dei fiumi e dei loro affluenti, che 'la distribuzione gerarchica della ricchezza sulla terra è un evento naturale' e tende a crescere quanto più la società diventa complessa. A essere onesti i due autori pongono la questione in modo problematico e non ideologico. Ma ciò non ha impedito al sito

economico americano Quartz (settembre 2017) di dedurne che ‘se crediamo che i principi della termodinamica siano leggi di natura, allora la totale uguaglianza è impossibile’. In altre parole di trasformare la registrazione di un’analogia tra natura e società in una legge economica scolpita nella roccia. Quasi a suggerire che chi pensa di superare le disuguaglianze economiche neghi le scoperte della Scienza.

Queste riflessioni di carattere generale tuttavia ancora non rispondono alla domanda da cui siamo partiti e cioè: a che ci servono concretamente le cose che abbiamo passato in rassegna nei capitoli precedenti? Provo a rispondere in modo pragmatico. Ciascuno di noi sa che 7x4 fa 28. Lo abbiamo imparato studiando le quattro operazioni e le tabelline alle scuole elementari. Abbiamo applicato questa semplice equazione centinaia o migliaia di volte nell’arco della nostra vita, facendo la spesa, pianificando una vacanza di 4 settimane e così via. Nel corso degli anni potremmo anche esserci dimenticati come si fa una moltiplicazione così banale, senza che questo crei particolari problemi alla nostra esistenza. Tuttavia ci sono alcuni casi in cui saper fare una moltiplicazione, cioè sapere non solo che 7x4=28 ma anche perché, cioè conoscere il procedimento che ci permette di passare da ciò che c’è prima del segno di uguaglianza a ciò che sta dopo, ci è utile. Il primo è quando dobbiamo spiegarlo a qualcuno che non lo sa. Il secondo è quando ci troviamo a discutere con qualcuno che dice che 7x4 fa 30. Il terzo, quando, per calcolare il nostro stipendio al netto della trattenute o quanti interessi paghiamo sul mutuo di casa, dobbiamo fare una moltiplicazione un po’ più complicata, ad esempio 1375x0,65. In questi casi ciò che poteva apparire superfluo ritorna improvvisamente utile. Dunque possiamo ipotizzare che le teorie apparentemente astruse che abbiamo passato in rassegna siano estremamente utili nel campo quando dobbiamo formare qualcuno al pensiero strategico, quando dobbiamo contestare un’affermazione falsa fatta ‘in nome della Scienza’ oppure quando affrontiamo un problema strategico molto complesso. Provo a scendere su un terreno ancora più concreto facendo alcuni esempi pratici.

ESEMPIO 1: l’applicazione del nesso di causa-effetto in economia

Ogni giorno siamo abituati ad ascoltare giornalisti ed esperti economici, i quali ci spiegano che la nostra economia è affetta da questa o quella malattia e che per guarire è necessario intervenire su un particolare indicatore economico. Per 30 anni le maggiori istituzioni internazionali hanno spiegato che la principale minaccia per l’economia mondiale era l’inflazione, poi di volta in volta sono arrivati lo *spread*, l’automazione ecc. Il comico Natalino Balasso ha prodotto un’esilarante parodia di questa propaganda economica con un video che è possibile trovare su Youtube (Balasso economista), in cui, nel corso di una sgangherata conferenza stampa insieme a Merkel e Sarkozy, l’attore spiega come al popolo ignorante si propini lo

spauracchio economico di turno per preparare il terreno all'introduzione di nuove misure 'lacrime e sangue', destinate perlopiù a rivelarsi inefficaci. Spesso gli stessi partiti di opposizione, piuttosto che criticare il fondamento scientifico delle teorie da cui tali misure derivano, si fanno attirare sul terreno della polemica spicciola contro questo o quel provvedimento, magari proponendo alternative altrettanto discutibili. In realtà l'osservazione da cui bisognerebbe partire in questi casi è metodologica e che quando la scienza - e la scienza economica non dovrebbe fare eccezione - si spinge sul terreno dei fenomeni complessi dovrebbe sempre tenere presente (cosa che gli economisti sanno, ma la propaganda economica è solita ignorare) che nella realtà non esiste mai *una* causa da cui deriva in modo lineare *un* effetto. Ciò che può valere nella meccanica razionale, ad esempio che applicando una forza a una palla questa si muova all'infinito in modo rettilineo nella stessa direzione della forza (e ricordiamo che vale solo perché alcuni fattori, come l'attrito, possono essere arbitrariamente tralasciati), non vale in generale in un contesto complesso.

In *Nexus*, Mark Buchanan racconta un episodio che mostra a quali conseguenze surreali possa condurre un approccio politico semplificatorio (e propagandistico) alla complessità. A metà degli anni '80 i pescatori canadesi osservarono una costante decrescita della popolazione dei merluzzi, principale fonte di reddito per molti di loro. Interrogati dal governo canadese alcuni istituti di ricerca affermarono che questo fenomeno era il risultato di una scarsa propensione delle istituzioni a preservare l'*habita*t marino. Ma il Governo decise di trovare una risposta più immediata e decise - sostenuto da alcuni scienziati con la S maiuscola - di intraprendere una campagna di sterminio delle foche, in base a un elementare sillogismo: le foche mangiano i merluzzi, dunque meno foche più merluzzi. In realtà studi sulla catena alimentare marina dimostrano che le foche si cibano di circa 150 diverse specie marine, alcune delle quali a loro volta sono antagoniste dei merluzzi. Perciò la soppressione di mezzo milione di foche, attuata su ordine del governo canadese, portò a un drastico impoverimento del patrimonio ittico del mare canadese senza peraltro fermare la moltiplicazione dei merluzzi e, quindi, senza risolvere il problema posto dai pescatori.

In campo economico assistiamo a qualcosa di molto simile. Prendiamo l'esempio dell'inflazione. Almeno dai primi anni '90 essa è diventata il principale nemico delle economie occidentali e in particolare europee. Il risultato è stato che dopo almeno 20 anni di politiche antinflazionistiche ci siamo ritrovati travolti dalla più grave ondata deflazionistica della storia recente. Partiamo dalle definizioni: che cos'è l'inflazione? Comunemente è intesa come sinonimo di aumento dei prezzi, ma già questa definizione dà luogo a un'incongruenza. Se infatti l'inflazione è l'aumento generalizzato dei prezzi, allora la deflazione dovrebbe essere, all'opposto, una altrettanto generalizzata diminuzione dei prezzi. Tuttavia nessuno di noi ha la

percezione che negli ultimi anni i prezzi si siano abbassati in modo generalizzato, anche se siamo nel pieno di una crisi deflazionistica. D'altra parte se guardiamo le serie storiche dei prezzi in Giappone dal 1990, data d'inizio della poderosa ondata deflazionistica da cui quel paese non sembra ancora essersi ripreso, noteremo che, tranne che nel quinquennio 1990-1995, non c'è stata una chiara e costante tendenza alla diminuzione dei prezzi, ma semmai una difficoltà dell'economia giapponese a riassestarsi in modo stabile sul tasso di inflazione precedente alla crisi, mentre la diminuzione dei prezzi in Giappone è stata ben meno pronunciata rispetto al periodo che va dalla metà degli anni '70 alla metà degli anni '80. Ciò avviene per varie ragioni, tra cui ad esempio il fatto che nella nostra economia esiste una tendenza alla rigidità dei prezzi verso il basso, cioè esiste un limite inferiore oltre il quale i prezzi difficilmente scendono. Questo è il motivo per cui in realtà molti economisti tendono a utilizzare il termine deflazione più come sinonimo di recessione, cioè di decrescita del PIL, piuttosto che come sinonimo di caduta generalizzata dei prezzi. Esiste poi una scuola di pensiero, quella dell'austriaco Von Mises, che definisce l'inflazione non come un aumento dei prezzi, ma come un aumento della quantità di moneta circolante più che proporzionale rispetto alla crescita del PIL. In altre parole la crescita dei prezzi sarebbe solo una delle possibili conseguenze dell'inflazione vera e propria, cioè del prodotto di un'eccessiva creazione di moneta e questo spiegherebbe il fenomeno della stagflazione, in cui la diminuzione o stagnazione del PIL si accompagna a un aumento dei prezzi. La definizione di Von Mises è alla base della politica adottata da tempo dalle principali banche centrali del mondo, che stanno cercando di contrastare la deflazione stampando moneta (il cosiddetto *quantitative easing*).

La vulgata economica ci ha spiegato per 20 anni che evitare l'inflazione è un vantaggio per tutti, a partire dai lavoratori dipendenti , perché essa colpisce sia chi ha un reddito fisso, cioè uno stipendio a cui l'inflazione sottrae potere d'acquisto, sia le aziende, perché la crescita dei costo di produzione e delle materie prime rende le loro merci più care e quindi meno vendibili e dunque penalizza sia le esportazioni che la vendita sul mercato interno. Per questa ragione i governi hanno cercato di prevenire la decrescita economica combattendo l'inflazione, cioè tagliando la spesa pubblica e tenendo a freno la crescita delle retribuzioni da lavoro dipendente, cioè ipotizzando che l'inflazione abbia sull'economia lo stesso effetto che le foche canadesi esercitavano sui merluzzi. Il ragionamento apparentemente non fa una grinza e ricorda anche in questo caso un perfetto sillogismo: spesa pubblica e stipendi sono la causa dell'inflazione, l'inflazione è a sua volta la causa della recessione, allora più spesa pubblica e stipendi più alti provocano la recessione. Percià per favorire la crescita del PIL bisogna tagliare servizi pubblici e stipendi. Purtroppo per loro i fatti hanno smentito categoricamente gli 'esperti'. E questo non perché il sillogismo fosse sbagliato, ma perché a essere sbagliate erano le sue

premesse, cioè l'individuazione di un nesso lineare di causa-effetto tra spesa pubblica e stipendi e inflazione e tra inflazione e recessione. In realtà. Infatti, ogni volta che ci si addentra nel campo della complessità non esiste mai una singola causa A che provoca un effetto B, ma osserviamo piuttosto grappoli di concause che determinano grappoli di effetti e spesso una diversa combinazione delle concause provoca effetti significativamente diversi. Dunque, il massimo che possiamo dire è che una crescita della spesa pubblica e delle retribuzioni può, a certe condizioni, provocare inflazione. D'altra parte spesa pubblica e retribuzioni non sono le uniche componenti dell'inflazione. I prezzi infatti riflettono vari fattori: costo del lavoro, costo delle materie prime, dell'energia e non ultimo il ricarico che l'azienda applica al prodotto finito e che rappresenta il suo profitto. A loro volta ciascuno di questi costi è a sua volta la somma di diversi componenti: il costo del lavoro è influenzato dalla produttività, che a sua volta viene influenzata non soltanto da quanto un dipendente lavora, ma anche dall'organizzazione del lavoro, dal tasso di automazione e di investimenti in tecnologia (che è frutto degli investimenti aziendali in ricerca e sviluppo) e via dicendo. Dunque è possibile azzerare il costo del lavoro, ma se non si tengono sotto controllo tutti gli altri fattori, nulla ci assicura che in questo modo l'inflazione diminuisca. Inoltre, se il costo del lavoro è una delle componenti dell'inflazione, è tutto da dimostrare che il modo migliore per prevenirla sia intervenire proprio su quel fattore piuttosto che su altri e bisogna eventualmente definire in quale misura. D'altra parte il taglio della spesa pubblica e delle retribuzioni può avere diverse conseguenze in base ai diversi scenari in cui si realizza. Ad esempio la perdita di reddito diretto (stipendi), indiretto (servizi pubblici come scuola e sanità) e differito (pensioni) può determinare un crollo dei consumi, in particolare della domanda interna, e quindi favorire la recessione. Così come, in assenza di investimenti pubblici nel settore della ricerca e della tecnologia, è più probabile una riduzione della produttività del lavoro e quindi una crescita dei costi di produzione in grado di vanificare i risparmi ottenuti dalla compressione delle retribuzioni. Ovviamente gli economisti seri sanno che l'economia è una scienza della complessità, esattamente come gli esperti di finanza sanno benissimo che la teoria dei mercati efficienti non rispecchia l'andamento reale delle Borse. Ciò non impedisce tuttavia che quotidianamente in nome della Scienza economica ci vengano propinate terapie basate su una visione della realtà ipersemplificata e che tali terapie tendano a fallire regolarmente, non riuscendo a centrare gli obiettivi che gli stessi sacerdoti dell'economia liberale ci indicano come risultati da perseguire. L'esempio dei debiti pubblici greco e italiano, che dopo anni di politiche di contenimento del debito, invece che ridursi sono esplosi, è, insieme a quello delle politiche antinflazionistiche, uno degli esempi più clamorosi. Un approccio realmente scientifico alla complessità è la base da cui argomentare con competenza contro il propagandismo economico.

ESEMPIO 2: la matematica e il problema dei vaccini

Anche in questo caso parto da un episodio citato in un altro libro di Buchanan, *Ubiquità*. L'Autore sta spiegando come tra i numerosi fenomeni naturali che seguono una legge di potenza vi sia quello degli incendi boschivi. Nel 1998 un gruppo di studiosi della Cornell University analizzò i dati relativi a 4284 incendi scoppiati tra il 1986 e il 1995, tra cui il disastroso rogo verificatosi nel 1988 nel Parco Nazionale di Yellowstone, andato avanti per mesi distruggendo un'immensa porzione di quella foresta, una delle mete più frequentate dai turisti e dagli appassionati di natura in visita negli Stati Uniti. Da quei dati dedussero che al raddoppiare dell'estensione di foresta incendiata la frequenza degli incendi diminuiva di circa 2 volte e mezza, cioè che tale fenomeno presentava un'invarianza di scala. Che si trattasse di piccoli roghi o di incendi con un fronte di chilometri e chilometri tale rapporto tra estensione e frequenza rimaneva lo stesso. Le autorità del luogo utilizzarono questo e altri studi per capire come prevenire disastri come quello verificatosi a Yellowstone e la conclusione a cui giunsero può sembrare paradossale. Negli anni precedenti era stata portata avanti una politica di 'tolleranza zero' verso qualunque tipo di incendio. A prescindere dall'estensione delle aree interessate, le squadre antincendio intervenivano immediatamente per spegnere le fiamme sul nascere. Questa efficienza tuttavia invece di aiutare a prevenire il disastro del 1988, secondo le ricerche degli studiosi, lo aveva favorito. Venne dimostrato infatti che l'immediato spegnimento di piccoli incendi, perlopiù naturali, innescati dalla caduta dei fulmini, non faceva che aumentare la quantità di materiale combustibile che si accumulava giorno dopo giorno. In questo modo cresceva la probabilità che un qualunque incendio crescesse fino a diventare un enorme rogo in grado di trasformare in cenere enormi porzioni di foresta. In altre parole i piccoli incendi 'fanno pulizia' e aiutano a prevenire incendi più grandi e più difficilmente controllabili. Per questo le autorità del Parco da quel momento adottarono una politica differente, tenendo sotto controllo i piccoli incendi e addirittura appiccando piccoli roghi controllati per eliminare l'eccesso di materiale combustibile e sventare il pericolo di catastrofi come quella del 1988.

Nel 1996 i due epidemiologi C.J. Rhodes e R.M. Anderson pubblicarono un articolo intitolato *Power laws governing epidemics in isolated populations*. Gli autori, dopo aver analizzato alcuni dati epidemiologici relativi alla diffusione del morbillo in alcune piccole comunità (Isole Faroer, Reykiavik, Bornholm), erano giunti alla conclusione che in tutti e tre i casi è possibile individuare una stessa legge di potenza che lega durata e intensità delle epidemie di morbillo alla frequenza. Anche in questo caso cioè all'aumentare del numero di casi di morbillo e della durata dell'epidemia la frequenza degli episodi diminuisce esponenzialmente. Al termine dell'articolo Rhodes e Anderson affermano che 'la presenza di una legge di potenza

è verosimilmente rilevante nello studio delle infrequenti esplosioni di morbillo nelle comunità con un alto tasso di vaccinazioni e nelle popolazioni rurali isolate dei paesi in via di sviluppo'. Questa osservazione, calata nel contesto della polemica sulle vaccinazioni obbligatorie, è estremamente interessante. Non entro in considerazioni più generali, perché esulerebbe dai compiti di questo testo. Mi limito a ricordare che il governo italiano ha reso obbligatorie 10 vaccinazioni, tra cui quella per il morbillo, per adeguare il tasso di copertura vaccinale alle prescrizioni dell'Organizzazione Mondiale della Sanità (95%). Ora, se l'ipotesi dei due epidemiologi fosse confermata (e finora non risulta che sia stata smentita), ciò potrebbe significare che una politica sanitaria indirizzata a ridurre eccessivamente il numero di casi di morbillo renderebbe significativamente più probabile lo scoppio di un'epidemia ampia e di lunga durata. Ciò significa che in Italia, con un bacino potenziale del 5% della popolazione non protetta, previsto dalle stesse prescrizioni dell'OMS (vaccinare il 100% è impossibile per varie ragioni), la probabilità di passare da alcune centinaia ad alcune migliaia o decine di migliaia di casi di morbillo diventerebbe estremamente più elevata. Ovviamente nessuno ha citato questo possibile pericolo nell'ambito della polemica, neppure le riviste scientifiche che si sono occupate dell'argomento. Questo per dire che quando si fa riferimento a una posizione monolitica della 'Scienza ufficiale' a sostegno di una decisione politica, in realtà si compie un'indebita semplificazione. 'Scienza - come scrisse il premio Nobel per la fisica Richard Feynman - significa credere nell'ignoranza degli esperti'. La Scienza non esiste. Esistono teorie diverse, spesso in parziale contraddizione tra loro, ciascuna delle quali contribuisce a far luce su aspetti diversi dello stesso fenomeno. E dunque scienza si scrive sempre con la s minuscola, perché essa rapresenta il complesso di ricerche svolte da esseri umani che operano in un contesto storicamente determinato subendo le influenze e i condizionamenti, ideologici e materiali, a cui ciascuno di noi è soggetto. Col risultato che ogni teoria scientifica - come insegnano alcuni filosofi come Popper e Kuhn - è per sua natura 'falsificabile' e destinata a essere superata da una teoria più avanzata. Anche in questo caso una conoscenza più approfondita di come si affronta la complessità in ambito scientifico può risultare utile.

ESEMPIO 3: una trattativa sindacale

Una grande azienda decide di licenziare il 10% del personale, un taglio dell'ordine di grandezza di migliaia di persone. Il sindacato si trova nella posizione di dover tutelare i lavoratori intraprendendo una trattativa per bloccare il provvedimento o limitarne il più possibile le conseguenze. Ha bisogno di una strategia, che deve tenere conto di molteplici aspetti. Deve individuare un obiettivo o una serie di obiettivi ordinati secondo una scala di desiderabilità e di probabilità che essi si verifichino, che spesso sono inversamente proporzionali: nel nostro caso bloccare i

licenziamenti è certamente l'ipotesi più desiderabile, ma probabilmente quella meno probabile. Deve individuare gli strumenti con cui perseguire tali obiettivi, ad esempio una trattativa e/o una mobilitazione, che a sua volta implica una molteplicità di mezzi, ciascuno dei quali tendenzialmente è più difficile da praticare quanto più richiede forza per essere attuato. Occupare una fabbrica è più difficile che dichiarare un semplice sciopero o un blocco degli straordinari, ma in alcuni casi può essere un'arma più efficace. Deve misurare quindi la propensione dei propri iscritti a mettere in campo la loro forza. E per fare ciò deve valutare quanto essi siano oggettivamente interessati a farlo. Può essere ad esempio che chi è sicuro di non essere licenziato sia poco propenso a fare sciopero, perdendo una parte del proprio stipendio, per pura solidarietà coi propri colleghi. Allo stesso tempo analoghe considerazioni vanno fatte rispetto alle possibili strategie di tutti i soggetti coinvolti nella vertenza. Trattandosi di una grande azienda è verosimile che in campo non ci siano solo l'Azienda e il sindacato, ma anche la politica. E d'altra parte è possibile che il sindacato non abbia una posizione compatta e che altrettanto accada nelle istituzioni. Il diverso colore politico delle amministrazioni può far sì che comune, provincia, regione e governo nazionale esprimano posizioni differenti. E che quindi il sindacato, o parte del sindacato, possa stipulare alleanze temporanee con una parte dello schieramento politico. Inoltre bisogna tenere conto della capacità di controllo che ciascuno dei soggetti in campo è in grado di esercitare su chi rappresenta. Il sindacato è abbastanza credibile agli occhi dei lavoratori? Il sindaco è in grado di controllare la propria maggioranza? E di portare avanti una posizione senza perdere il consenso dei propri elettori? E su quest'ultimo punto quanto influisce il fatto che la vertenza si svolga a inizio mandato oppure a pochi mesi dalle elezioni per il rinnovo dell'amministrazione comunale? A un certo punto può capitare che si verifichi una situazione di stallo, in cui - come nella teoria dell'equilibrio di Nash - ciascuno dei contendenti non abbia interesse a cambiare la propria posizione fino a che almeno uno degli altri non decida di fare altrettanto. E in tal caso può essere che, soprattutto se la vertenza è difensiva, cioè se si tratta di bloccare il progetto di uno dei 'giocatori' piuttosto che di realizzare il proprio, che ciò sia conveniente per il sindacato. Certamente bisogna evitare di infilarsi in una dinamica da 'gioco del pollo' (come qualche tempo fa abbiamo visto fare - in un altro contesto - al governo centrale spagnolo e a quello catalano in occasione del referendum sull'indipendenza).

Ovviamente un sindacalista con una solida esperienza è abituato a gestire questo tipo di situazioni, avendo maturato un naturale intuito e una capacità di percepire il clima generale in cui si svolge la trattativa e di tenere sotto controllo, per quanto possibile, tutti i fattori. In altre parole ad avere il fiuto' del sindacalista. D'altra parte c'è chi non ha avuto la possibilità di maturare una tale esperienza e dunque c'è il problema di formare dei delegati sindacali (o, da un altro versante, degli

amministratori delegati, dei sindaci, dei presidenti di regione ecc.), che, per età o per fortuna, non hanno mai avuto modo di trovarsi in situazioni di forte conflittualità, a prendere in considerazione i fattori che abbiamo elencato e le diverse possibili combinazioni tra essi. Inoltre se una solida esperienza può bastare a gestire una situazione relativamente semplice, che cosa succede invece se il sindacato ha di fronte un'azienda multinazionale con sedi in Italia e all'estero? Se infatti finora non abbiamo mai visto svilupparsi grandi vertenze sindacali di gruppo a livello internazionale è possibile (e dal mio punto di vista anche augurabile) che la mondializzazione del mercato del lavoro prima o poi ci metta di fronte a eventualità di questo tipo. In tal caso ciascuna delle valutazioni che abbiamo menzionato dovrà essere articolata anche tenendo conto delle differenti condizioni e dei differenti punti di vista che lavoratori, direzione aziendale e istituzioni potrebbero assumere nei diversi paesi sulla base di considerazioni anche di carattere nazionale. E ciascuno dei gruppi dirigenti sindacali, aziendali, politici, avrebbe la necessità di condividere informazioni e organizzarle in modo esaustivo e coerente coi rispettivi obiettivi.

Se il generale Kenney e l'ammiraglio Imamura, di cui ci siamo occupati in uno dei capitoli precedenti, non avevano bisogno di costruire una matrice come quella che abbiamo riprodotto, perché in qualche misura la loro esperienza faceva sì che quella matrice ce l'avessero in testa, gli stati maggiori americani hanno deciso di analizzare la battaglia del mare di Bismarck compilando a posteriori quelle matrici per farne oggetto di studio e utilizzarle come strumento di formazione per le nuove generazioni di ufficiali comandanti del loro esercito. Ovviamente ciò non significa che l'esperienza sul campo possa essere sostituita da algoritmi matematici e da un'intelligenza strategica artificiale, in grado di mettere calcolatori al posto di sindacalisti, amministratori delegati e generali. Il rischio di cadere nella trappola del feticismo tecnologico, che il saggio *Guerra senza limiti* che citavamo all'inizio attribuisce a una parte dei vertici militari americani, c'è, innegabilmente. Molti giornali, durante il braccio di ferro tra la Grecia di Tsipras e Unione Europea nel 2015, riferirono che il ministro greco Varoufakis era un esperto di teoria dei giochi e la stava utilizzando per analizzare la trattativa in corso. Il che dimostra che la teoria dei giochi non può fare miracoli. Ma il fatto che un metodo possa essere applicato in modo ottuso o che non garantisca il successo non significa che il metodo sia errato. Imparare a costruire la matrice relativa a una situazione complessa come ci insegna la teoria dei giochi è un metodo che costringe a individuare e mettere nero su bianco tutte le variabili in gioco a chiedersi come queste possano combinarsi, come possano essere gestite e tenute sotto controllo nei limiti del possibile. Una capacità che, visto quanto sta accadendo in campo politico e sindacale in questi ultimi anni sembra essere completamente persa.

ESEMPIO 4: una campagna elettorale

Uno schieramento politico, mettiamo di centrodestra, si appresta ad affrontare una dura campagna elettorale. Come nel caso precedente dovrà definire una scala di obiettivi e prendere in considerazione numerose variabili. Di solito in questi casi l'obiettivo è vincere le elezioni, ma che cosa significhi 'vincere' le elezioni spesso dipende dalla legge elettorale. Si può essere il partito o la coalizione più votata, ma non avere la maggioranza in Parlamento. Se la legge è proporzionale e prevede una soglia molto alta per ottenere il premio di maggioranza l'obiettivo della coalizione di centrodestra potrebbe essere quella di impedire al centrosinistra di superare quella soglia e prendere abbastanza voti per poter negoziare la formazione di un governo di larghe intese dopo il voto. Se lo scenario più probabile è quello della crisi economica e di un quinquennio di 'lacrime e sangue' potrebbe essere addirittura preferibile, per quanto un po' cinico, cercare di prendere il maggior numero di voti ma non abbastanza da assumersi la responsabilità del governo, con l'obiettivo di fare opposizione per 5 anni e trarre vantaggio alle elezioni successive dalla probabile perdita del consenso di chi sarà chiamato a varare misure draconiane. Tra le variabili rientra il tema delle alleanze. La destra moderata potrebbe avere interesse ad allearsi con quella 'populista' per aumentare il proprio peso elettorale, ma allo stesso tempo tale scelta potrebbe spingere una parte dei propri elettori a votare per il centrosinistra oppure a disertare le urne. Così come per la destra populista allearsi con la destra moderata potrebbe spingere una parte del proprio elettorato verso una destra ancor più estrema o verso l'astensione.

I partiti in questi frangenti sono soliti decidere sulla base dei sondaggi, che negli ultimi 30 anni sono diventati una vera e propria stella polare per chiunque faccia politica. Tuttavia in questi anni abbiano visto le maggiori società di sondaggi prendere delle vere e proprie cantonate, facendo previsioni poi smentite clamorosamente dalla realtà. In parte ciò riflette il fatto che molti sondaggi d'opinione sono in realtà 'propagandistici', cioè più che a registrare le tendenze dell'opinione pubblica servono a orientarla. E' ovvio infatti che se tutti i sondaggi danno in crescita una forza politica ciò indurrà alcuni elettori a votarla, in ossequio all'inveterata tendenza umana a salire sul carro del vincitore. Tuttavia ci sono anche i sondaggi riservati e anche quelli spesso vengono smentiti e in ogni caso credo sarebbe eccessivo spiegare il fenomeno semplicemente dicendo che tutti i sondaggi sono artefatti.

In realtà il fallimento dei sondaggisti riflette un limite intrinseco al loro metodo. I sondaggi d'opinione consistono sostanzialmente nella misurazione di tendenze su un campione statisticamente significativo della popolazione e in un'elaborazione dei dati allo scopo di 'pulirli' da eventuali incongruenze e di compiere una corretta

estrapolazione dal campione statistico all'elettorato nel suo complesso. L'approccio quindi è fondamentalmente statistico e fondato sull'ipotesi che il voto degli elettori rispecchierà la fotografia rappresentata dal campione intervistato e della sua successiva rielaborazione. Questo metodo tuttavia presenta una serie di limiti. Infatti presuppone che il comportamento degli intervistati sia razionale: ad esempio che essi dicano la verità, mentre è un dato di fatto che spesso non è così e che, in particolare, il voto ai candidati più estremi o 'impresentabili' è spesso sottostimato, perché l'elettore si vergogna di dichiarare che li voterà. Inoltre non tiene conto del fatto che l'intervista ha luogo in un contesto artificiale: l'intervistato sta al telefono con l'intervistatore e gli viene chiesto cosa farebbe se si votasse oggi. Ma è chiaro che la risposta è influenzata dal fatto che l'intervistatore è un estraneo e che non si vota oggi. Nella realtà l'elettore è esposto a una serie di condizionamenti esterni di carattere sociale, materiale, psicologico, che possono rendere la sua scelta di voto effettiva diversa da quella espressa durante l'intervista. Inoltre fino a pochi giorni o addirittura poche ore dal voto c'è un'ampia percentuale di elettori che si proclamano indecisi e che quindi potrebbero decidere di votare questo o quel partito (di solito gli indecisi alla fine si orientano verso i partiti più grandi), di astenersi o di annullare la scheda. Poiché utilizzano un metodo essenzialmente statistico i sondaggi non sono in grado di ricavare previsioni attendibili per quanto riguarda questa quota di elettorato. Al massimo è possibile valutare *ex post* come si sono comportati gli indecisi in occasioni precedenti, ma si tratta di valutazioni difficilmente generalizzabili.

La verità è che fare sondaggi elettorali, soprattutto in una fase politicamente confusa come quella che stiamo attraversando, è come fare previsioni meteorologiche o finanziarie a lunga scadenza, perché si tratta di un fenomeno molto sensibile a minime variazioni del contesto e in cui pesano fortemente le interazioni reciproche tra i diversi soggetti, per cui pensare di fare una previsione sul piano macroscopico facendo la semplice somma delle singole scelte a livello microscopico, per di più passando da un limitato campione alla totalità del corpo elettorale mediante una estrapolazione dei dati, è un obiettivo estremamente ambizioso. In questo senso una campagna elettorale è un fenomeno estremamente più complesso di quello analizzato nell'esempio precedente. In una vertenza sindacale infatti è possibile ipotizzare che ciascuno dei giocatori - lavoratori, sindacato, imprese, organismi di governo - abbia una posizione relativamente omogenea, cioè unitaria ma articolata al suo interno oppure ancora divisa in poche correnti di pensiero. Quando invece si analizzano masse di milioni di persone che si influenzano reciprocamente istante per istante e soggette a forti spinte emotive la teoria dei giochi diventa uno strumento estremamente più difficile da impiegare.

Da un punto di vista pratico ciò può significare che prima o poi i sondaggisti prenderanno in considerazione l'ipotesi di adottare metodi non meramente statistici o addirittura che in futuro potrebbero essere sviluppati *software* capaci di utilizzare la teoria del caos e la crescente potenza dei calcolatori per permettere a chi fa politica di effettuare una serie di simulazioni sulle possibili conseguenze elettorali (o più in generale in termini di consenso) delle proprie decisioni. Tanto più quanto più saranno in grado di accedere a banche dati che contengono masse imponenti di *big data* riguardanti le abitudini e le idee di milioni di persone di cui la Rete registra le tracce digitali quotidianamente. Già oggi esistono alcuni *software* scaricabili gratuitamente da internet che permettono di ricavare dati interessanti sugli iscritti ai *social network* e sulle opinioni, sugli stati d'animo, sulle prese di posizioni che essi esprimono attraverso la Rete. Il PomLab, Laboratorio sui Media e l'Opinione Pubblica dell'Università di Milano, nel 2016 ha pubblicato una serie di studi interessanti, tra i quali segnaliamo *Dalle parole alla pratiche: studiare elezioni locali su Facebook e Twitter. Il caso 'Milano 2016'*, di Massimo Airoldi, Francesca Arcostanzo e Stefano Camatarri, che fornisce un esempio interessante di come sia possibile utilizzare i dati presenti sui *social network* per analizzare il cosiddetto *sentiment* di larghe masse di persone. Gli autori hanno utilizzato Netvizz per raccogliere i dati e Gephi, un programma che permette di rappresentare i dati raccolti in grafici molto suggestivi, per analizzarli. In particolare questi *software* sono stati impiegati per analizzare la nuvola delle interazioni e dei *like* dei diversi candidati, i temi più caldi della campagna elettorale e quanto ciascun candidato sia stato percepito come persona sensibile a questi temi. Un'attenzione particolare nell'articolo viene dedicata all'analisi dei dati relativi agli indecisi, uno dei campi in cui - come abbiamo visto - i metodi statistici tradizionali hanno uno dei loro talloni d'Achille. L'articolo si conclude con un'ampia bibliografia in materia di *social network analysis*, la disciplina che studia appunto le tendenze a partire dai dati reperibili su Facebook, Twitter ecc.

Anche in questo caso un comune problema di strategia elettorale ci permette di utilizzare concetti tratti dalla teoria dei giochi, dalla teoria del caos e dalla *social network analysis* (quindi da una particolare applicazione della teoria delle reti) per comprendere per quale ragione i tradizionali sondaggi elettorali non rappresentino il mezzo migliore per misurare le tendenze dell'opinione pubblica. Al loro posto o a loro integrazione queste teorie ci offrono e potranno offrirci ancor più in futuro strumenti più efficaci. Ovviamente è bene non sopravvalutare le potenzialità di questo tipo di analisi. Analizzare l'opinione pubblica è come studiare il moto ondoso di un oceano: si tratta di un fenomeno superficiale, al di sotto del quale si agitano correnti ben più profonde e rilevanti per la comprensione della struttura e del comportamento di un oceano. Personalmente ritengo che una delle debolezze della politica di questi anni sia proprio aver sostituito l'idea di basare la propria forza su

un insediamento sociale capillare in alcuni luoghi strategici, in particolare i posti di lavoro, le scuole e le università, con l'illusione che siano sufficienti 'partiti leggeri', che si limitano a influenzare l'opinione pubblica attraverso i *media* per carpirne un consenso temporaneo sufficiente a proiettarli nella 'stanza dei bottoni', pensando che da lì si risolvano tutti i problemi. In sostanza di trasformarsi in gruppi di propaganda. Tuttavia anche per chi rigetti questa logica un'analisi accurata di ciò che si muove alla superficie della società può essere un indicatore interessante in grado di segnalare movimenti più profondi nella coscienza politica di massa.

ESEMPIO 5: una campagna pubblicitaria o propagandistica

Nei due esempi precedenti abbiamo preso in considerazione due scenari, una vertenza sindacale e una campagna elettorale, tralasciando volutamente un aspetto fondamentale, che analizzeremo invece in quest'ultimo esempio: la comunicazione. Da molti anni sulla comunicazione politica si sono spesi fiumi d'inchiostro e si è addirittura diffusa l'idea che la politica sia soprattutto comunicazione. Sempre più spesso sentiamo i politici ripetere la litania 'Abbiamo governato bene, ma non siamo riusciti a comunicarlo'. Si tratta anche qui di una semplificazione: ci si concentra su un'unica variabile di un sistema complesso, la si assolutizza e si finisce perlopiù per prendere lucciole per lanterne. Chi si concentra sugli aspetti elettorali, chi sulle 'nuove forme della politica', chi appunto sulla comunicazione, intesa spesso in termini di immagine, più che di trasmissione di contenuti. La politica, che dovrebbe prima di tutto difendere gli interessi materiali di chi rappresenta diventa *marketing* di mere idee. D'altro canto, aldilà degli eccessi, la propaganda è uno strumento importante per stimolare il consenso e raccogliere forze da organizzare.

Come abbiamo accennato nell'esempio precedente la nascita e lo sviluppo dei grandi mezzi di comunicazione di massa, radio e tv prima, oggi i *social network*, hanno a poco a poco ingenerato l'idea che la forma di comunicazione più efficace sia basata sull'utilizzo di strumenti con cui chi ha una posizione pubblica è in grado di raggiungere simultaneamente l'opinione pubblica ovvero una massa indistinta di persone coi propri messaggi. Le organizzazioni politiche e sociali hanno pensato appunto di poter applicare i principi del *marketing*, trasformandosi di fatto in venditrici di idee (o di illusioni) e applicando le stesse tecniche che le grandi aziende utilizzano per vendere beni o servizi. Aldilà della banale osservazione che scegliere di aderire a uno sciopero, di partecipare a una manifestazione o di iscriversi a un partito o a un sindacato è un atto non paragonabile a comprare un pacchetto di caramelle all'autogrill, pesa soprattutto che - come gli esperti di *marketing* ben sanno – qualunque campagna pubblicitaria va calibrata in base al tipo di prodotto che si vuol vendere, al pubblico a cui ci si rivolge, insomma al contesto concreto in cui ci si muove. In particolare lo studio delle reti sociali ha confermato ciò che

qualunque buon comunicatore, pubblicitario o esperto di propaganda ha imparato nel corso della sua esperienza. L'efficacia e la velocità della comunicazione non dipendono tanto dalla quantità di persone che si raggiungono nel primo passaggio tra il comunicatore e il suo pubblico, quanto dalla qualità di quelle persone. Come abbiamo visto nel capitolo dedicato alla teoria delle reti, le reti sociali sono caratterizzate dalla presenza di *hub*, quelli che due esperti di *marketing* come il già citato Malcolm Gladwell e Geoffrey Moore, noto per il suo saggio *Attraversare il burrone*, chiamano rispettivamente 'connettori' e 'visionari', in sostanza persone 'iperconnesse' per caratteristiche soggettive, per ciò che fanno o, più spesso, per entrambe le ragioni. Il rapporto tra il numero di *link* che lega queste persone ad altri nodi della rete e la frequenza con cui essi si presentano sono legate da una legge di potenza nel senso che - come abbiamo visto - tanto più una persona è connessa tanto più è rara. Dunque disporre della collaborazione o del 'controllo' di quegli *hub* (che possono essere persone ma anche luoghi di aggregazione, ad esempio una grande azienda, un centro frequentato dai giovani, una comunità di fedeli) significa disporre di un veicolo di comunicazione estremamente efficace, potenzialmente molto più di quello fornito dai *media* che si rivolgono a un pubblico indistinto. Ovviamente ciò non significa che usare i mezzi di comunicazione di massa sia sbagliato, ma che non bisogna sopravvalutarne gli effetti. Rivolgersi esclusivamente a un largo pubblico indistinto infatti costringe chi comunica a mantenere un tono di comunicazione mediano, mentre per catturare l'attenzione dei 'connettori' spesso è necessario adottare un taglio e un linguaggio tarati sulle particolari caratteristiche di tali soggetti. Da questo punto di vista la comunicazione attraverso i *mass media* è più adatta a veicolare contenuti molto semplici, slogan, parole d'ordine, mentre è meno efficace per trasmettere contenuti più complessi e articolati, una visione del mondo o un punto di vista complessivo sul mondo. D'altra parte - come abbiamo accennato precedentemente – se la nostra comunicazione si concentra su un unico o un numero limitato di 'connettori', ciò ci rende vulnerabili, perché se si perde un *hub* ciò potrebbe recidere i *link* che ci collegano a un numero altissimo di nodi della rete.

Da queste brevi osservazioni possiamo trarre alcune considerazioni. Costruire una campagna di comunicazione, in particolare su contenuti non liquidabili in uno slogan, non può essere frutto di improvvisazione, né di ricette miracolose. La parabola di Jim Messina, il *guru* della comunicazione che curò la vittoriosa campagna elettorale di Obama nel 2012, e che nel 2016 venne assoldato da Cameron per fermare la Brexit, da Hillary Clinton e da Mariano Rajoi per vincere le elezioni e infine da Matteo Renzi per superare il referendum costituzionale, è l'esempio di un metodo destinato al fallimento. Promuovere una campagna comunicativa di successo non vuol dire inventarsi qualche slogan o qualche *hashtag* azzeccato e inondarne giornali, tv e *social network*. In altre parole affidarsi alle reti

di distribuzione messe a disposizione da soggetti terzi, siano essi organi di informazioni o compagnie come Facebook o Twitter, è un'arma a doppio taglio, di cui spesso si sovrastima l'efficacia (vedi il Russiagate negli USA). Gli studiosi sottolineano anzi come gli algoritmi che selezionano i contenuti in base alle nostre preferenze tendano a creare una 'bolla' in cui appaiono con più frequenza i messaggi di chi è d'accordo con noi. Perciò i *social*, più che nel convincere si dimostrano efficaci nel confermare convinzioni pregresse. Per poter garantire una distribuzione efficace ai propri messaggi con continuità è consigliabile invece costruire una rete di relazioni stabile, con l'obiettivo di farla crescere nel tempo, consolidarla, integrarvi un adeguato numero di 'connettori' e, possibilmente, non soltanto nel mondo virtuale ma anche e soprattutto in quello reale. Infatti non è detto che un connettore abbia una pagina Facebook, pur avendo un numero altissimo di conoscenti, amici, colleghi a cui veicolare un messaggio. Né d'altra parte qualunque tipo di messaggio si presta a essere veicolato efficacemente condividendolo sui *social network*. Inoltre abbiamo visto che le connessioni casuali giocano un ruolo di primo piano, perché contribuiscono a ridurre i gradi di separazione tra un nodo e il resto della rete. Di conseguenza qualunque fattore (incluso un algoritmo) tenda a delimitare in modo troppo rigido la superficie di contatto di un'organizzazione col suo pubblico potenziale rischia di comprometterne fortemente la capacità di comunicazione. Utilizzare esclusivamente giornali e tv per comunicare significa rinunciare a comunicare coi giovani, così come investire soltanto sul *web* vuol dire escludere buona parte della popolazione più anziana. Più in generale meno sono i canali attraverso i quali è possibile entrare in contatto con l'organizzazione, meno possibilità ci saranno di incontrare casualmente contatti (ma anche ricevere informazioni) potenzialmente utili. Il che significa anche che quanto più un'organizzazione riduce il perimetro delle proprie attività e dei propri interessi, tanto più ridurrà le occasioni di incontrare sulla propria strada persone che magari non parteciperebbero mai a una riunione ma potrebbero entrare a far parte della rete sociale attraverso cui l'organizzazione veicola i propri messaggi. Una delle conseguenze che possiamo trarre da questa osservazione è che la costruzione di una rete comunicativa inevitabilmente si ripercuote anche sulla propria struttura organizzativa.

Conclusione

E’ sotto gli occhi di tutti che le grandi organizzazioni politiche e sociali stanno attraversando un periodo di crisi profonda. Su questo tema si stanno versando fiumi di inchiostro, ma, sembrerebbe, senza gran costrutto. Chi teorizzava il superamento della forma-partito a favore dei ‘movimenti’ oggi appare smentito dai fatti. Così come chi si concentra sulla crisi dei ‘valori’, sull’età anagrafica dei politici o dei sindacalisti, sull’antinomia populisti-sistemici ecc. In questo breve saggio abbiamo cercato di dimostrare come alcune applicazioni della matematica sviluppatasi nel secondo dopoguerra diano una serie di indicazioni interessanti non solo dal punto di vista metodologico, ma anche sul piano dei contenuti, per affrontare in modo razionale questa crisi sia dal punto di vista ideologico sia dal punto di vista della strategia e del metodo. L’analisi dei mercati finanziari mediante la geometria frattale e la teoria dell’equilibrio di Nash mettono in forte dubbio alcuni dogmi della teoria economica classica, in particolare l’idea dell’ ‘efficienza dei mercati’ su cui si basa tutta la politica economica di questi ultimi 25 anni.. Più in generale va in crisi l’idea che i comportamenti sociali di massa siano la risultante, la somma vettoriale potremmo dire, del comportamento razionale di ogni singolo componente di quella massa. Mandelbrot e Barabasi aggiungono nuove evidenze matematiche a conferma della Legge di Pareto e al suo principale corollario, cioè che soldi chiamano soldi, mandando in fumo l’idea che l’economia di mercato dia a tutti le stesse possibilità di salire la scala sociale. Una politica che da tempo nega qualunque ragionamento di buon senso nascondendosi dietro la complessità, in realtà, di fronte alla sfida della complessità, si presenta completamente impreparata e finisce vittima di un ‘populismo’ che, al contrario, trae vantaggio dalla propria capacità di veicolare messaggi semplici - barbari direbbe qualcuno - ma certo capaci di parlare più efficacemente al cittadino medio. I ‘nuovi fenomeni’ politici e sociali, che fondano la propria ‘modernità’ sulla comunicazione, sui sondaggi d’opinione, sull’uso di internet e sul costante appello alle verità della ‘comunità scientifica’, finiscono per dimostrarsi incapaci di comunicare, di percepire il clima sociale diffuso e si trasformano sempre più in *avatar* privi di radici nel mondo reale e spesso perdenti anche in quello virtuale. Il riferimento alla Scienza come alle bibliche tavole della Legge si scontra con la pratica diffusa di ignorare i consigli degli scienziati che dicono cose scomode e di sostituire la scienza con la propaganda (pseudo)scientifica. Il

cosiddetto *overload* comunicativo - bombardare il pubblico con una massa di notizie inutili, spesso false, di opinioni inconcludenti, stereotipate e mai argomentate, di divanetti teatro di risse da pollaio - fa crollare gli ascolti dei *talk show* politici e fa avanzare *fiction*, *reality* e trasmissioni di cucina. I videomessaggi con la telecamera fissa sulla scrivania e il mezzobusto del politico di turno ricordano i tempi del 'socialismo reale'. Gli strapagati *guru* della comunicazione, assoldati con l'illusione che possano risolvere le contraddizioni politiche e sociali a colpi di *tweet* e di *like* - come abbiamo visto - prendono solenni cantonate. Le previsioni degli 'esperti' e dei sondaggisti si rivelano meno attendibili di quelle del beneamato colonnello Bernacca. I politici che salgono agli onori della cronaca sull'onda di milioni di 'mi piace' raccolti nel mondo virtuale finiscono miseramente non appena si trovano costretti a risolvere qualunque problema del mondo reale. Eppure nulla si muove. Tutti continuano a ripetere che ci vogliono i giovani, qualcuno rispolvera la 'questione morale', altri teorizzano la democrazia del *web*, ma tutto continua ad andare avanti come prima. Dovendo riassumere in poche parole potremmo dire che c'è un'evidente crisi di strategia, che investe la politica e le grandi organizzazioni sociali in modo trasversale. Non la sinistra o la destra, la politica tradizionale o le grandi organizzazioni. E' una crisi di sistema. Anche chi oggi ci sembra un fenomeno è destinato a prendere una facciata.

In alcuni settori dell'*establishment* tuttavia c'è chi ha preso seriamente in considerazione, ovviamente dal suo punto di vista, l'idea che lo sviluppo scientifico e tecnologico ci metta a disposizione idee e strumenti le cui applicazioni alle scienze sociali sono degne di essere indagate a fondo. E, in particolare, che esse possano fornire spunti interessanti al pensiero strategico. Sono in particolare alcuni grandi gruppi economici, alcune accademie militari e gli studiosi di *marketing*. Come abbiamo visto la RAND Corporation, un'istituzione partecipata dalla US Air Force ha investito ingenti capitali sin dagli anni '50, assoldando giovani matematici promettenti come John Nash insieme a scienziati di lungo corso come Von Neumann. Negli anni '60 la IBM ha permesso a Benoit Mandelbrot di dedicarsi ad alcune ricerche che le sussiegose accademie europee consideravano troppo 'applicative'. A partire dagli anni '90 poi studiosi di economia come Michael Porter e Geoffrey Moore hanno cercato di sviluppare, col pragmatismo tipico della cultura nordamericana e una sistematicità che non ha nulla da invidiare alla grande filosofia europea, una *summa* del pensiero strategico applicato al mercato capitalistico. Testi come *Il vantaggio competitivo* di Porter o *Attraversando il burrone* di Moore possono essere considerati la traduzione del trattato D*ella guerra* di Clausewitz nel campo della strategia economica. Ovviamente ciascuno di coloro che ha dedicato investimenti e attenzione alle discipline a cui abbiamo accennato, ma anche ad altri settori di ricerca che abbiamo scelto di tralasciare (uno per tutti l'intelligenza artificiale), lo ha fatto sulla base dello specifico ruolo che occupano nella nostra

società e di un'impostazione ideologica non necessariamente condivisibile. E tuttavia è sempre possibile imparare anche da coloro con cui non andiamo d'accordo. I loro sforzi meritano di essere conosciuti non soltanto perché possono darci un'idea del mondo a cui ci prepariamo, ma anche perché capita comunemente che ciò che viene creato per un determinato scopo si riveli utile (e magari più utile) in altro campo. Internet, nato per salvaguardare le comunicazioni dell'apparato militare americano in vista di un possibile attacco nucleare sovietico, ha permesso a Edward Snowden, mezzo secolo dopo, di infliggere danni gravissimi all'apparato di sicurezza americano. Imparare a ragionare in termini strategici sui problemi del mondo e sulle loro possibili soluzioni è sempre un fatto positivo, soprattutto in una società in cui la strategia viene sostituita sempre più dai tatticismi. Karl Marx, uno dei massimi critici dell'economia capitalistica e del liberalismo, non a caso definì il proprio pensiero 'socialismo scientifico', fondandolo su una lettura, talvolta critica certo, della scienza sviluppatasi nell'alveo della società che criticava.

Da quando ho cominciato a riflettere sulla crisi di strategia che caratterizza la nostra società, permeata quasi integralmente dalla cultura delle transazioni a breve termine, e in cui il pensiero strategico sembra diventato appannaggio di sempre più ristrette *élites*, e a interessarmi dei possibili spunti forniti in proposito dalla scienza contemporanea, mi sono imbattuto in molti testi che affrontavano in modo tecnico alcune specifiche applicazioni della moderna matematica applicata nell'ambito delle scienze sociali, ma mai in una esposizione che affrontasse questo tema in modo più generale e con un'attenzione particolare ai suoi riflessi politici. Per questo mi è sembrato utile provare a colmare questo vuoto, pur consapevole del fatto che si tratta di un obiettivo ambizioso, ma pensando che un risultato pur modesto sia preferibile a lasciare inesplorato questo ambito di riflessione, nella speranza che una volta aperta la strada qualcuno possa spendere le proprie energie per ottenere risultati migliori dei miei. Ho scelto deliberatamente di scrivere un testo breve e con taglio divulgativo, perché penso che il primo passo da compiere in questo campo sia spiegare al più vasto pubblico di lettori possibile che queste nuove applicazioni della matematica alle scienze sociali esistono, che possono uscire dal chiuso mondo della ricerca specialistica ed essere impiegate proficuamente da organizzazioni, sindacati, associazioni che intervengono nella società, pur senza disporre di grandi risorse finanziarie, centri studi, supporto istituzionale. Anzi, l'utilizzo razionale di metodi, strategie, tecnologie può costituire persino una fonte di 'vantaggio competitivo' nei confronti di grandi organizzazioni dotate di enormi mezzi, ma spesso incapaci di farne buon uso per uscire dalla crisi in cui ristagnano ormai da tempo. Spesso non si tratta di inventarsi chissà quali nuovi metodi, ma di utilizzare in modo efficace tecniche nuove che confermano la bontà di metodi antichi, bollati da molti come novecenteschi e relegati senza appello in qualche solaio come oggetti *vintage* da mercatino delle pulci, che si confermano in realtà di gran lunga superiori a quelli di

tanti nuovisti rampanti. Per fare un solo esempio la conferma scientifica che le reti sociali sono caratterizzate dalla presenza di nodi iperconnessi, che svolgono un ruolo fondamentale nel rendere virale la diffusione di un messaggio, smentisce il dogma imperante della comunicazione *urbi et orbi*, dell'uomo solo sul podio che parla a milioni di persone armato solo della sua *ars oratoria* e di uno *smartphone* in grado di riprendere e diffondere le immagini su milioni di schermi. Nessuno nega, certo, che quel modello abbia funzionato in passato (si pensi ai messaggi radiofonici alla Nazione di Roosvelt, alla propaganda nazista dei film di Leni Riefestahl, alle straordinarie pellicole di Eisenstein sulla Rivoluzione russa) e possa funzionare anche oggi, stimolando adunate di massa, improvvise ascese, inaspettate vittorie. L'errore sta semmai nell'aver dimenticato che se quel tipo di comunicazione non si accompagna a una pratica 'novecentesca' di presidio permanente delle reti sociali reali, quelle fatte di persone in carne e ossa, essa rischia di rivelarsi un fuoco di paglia. Oltre al fatto, di per sé banale, che, per quanto un'attenzione ai metodi di comunicazione sia importante, conta innanzitutto il contenuto di ciò che si comunica.

Nell'ultima parte del libro ho cercato di mostrare come le teorie trattate, oltre che prestarsi ad alcune considerazioni di carattere generale, siano suscettibili anche di applicazioni operative. Non ho voluto né potuto scendere nel dettaglio più di tanto, perché credo che ci sia un campo pressoché infinito da esplorare e che ci saranno tempo e occasioni per sviluppare il discorso in modo più analitico su terreni specifici. Questo saggio infatti vuol essere semplicemente un'introduzione all'argomento, corredata da una serie di valutazioni critiche sul rapporto tra matematica, scienze sociali e politica, con l'obiettivo di svelare una materia sconosciuta ai più, in particolare agli addetti ai lavori e di suscitare attenzione, nella speranza che qualcuno magari vorrà dedicare parte del suo tempo ad approfondire la questione. Spero di esserci, almeno in parte, riuscito.

Note

1. Quando si trasmette un segnale elettronico tra due apparati (ad es. due *computer*), accanto al segnale utile si manifestano una serie di disturbi dovuti prevalentemente a fattori esterni (ad esempio il calore), che si presentano in modo indesiderato distorcendo la trasmissione (si pensi al rumore che si sente quando si cerca di sintonizzare una radio su una particolare frequenza) e imprevedibile. L'applicazione della matematica a questo fenomeno è dovuto al fatto che, essendo appunto imprevedibile e casuale, può essere studiato soltanto in termini probabilistici. In altre parole non è possibile determinare regole in base alle quali, date certe condizioni, ho la certezza che il disturbo si manifesti in un determinato modo, ma posso individuare una fascia di probabilità.
2. L'analisi matematica, che studia la scomposizione all'infinito di oggetti densi, si sviluppa a partire dalla seconda metà del '600 grazie a scienziati come Newton e Leibniz. Privilegia lo studio di funzioni matematiche (cioè particolari relazioni tra insiemi di oggetti) il cui grafico da luogo a curve regolari cioè continue, caratterizzate dalla proprietà che sono derivabili in ogni loro punto, cioè tali che preso un qualsiasi punto della curva è sempre possibile tracciare una retta tangente alla curva in quel punto ovvero una retta che ha uno e un solo punto in comune con essa. La derivata della funzione in quel punto rappresenta i coefficiente angolare della retta tangente, cioè, in termini intuitivi, la sua inclinazione rispetto a un sistema di coordinate cartesiane con assi X,Y perpendicolari tra loro. Ad es. la funzione $y=x^2$, ha come grafico una parabola con la convessità rivolta verso il basso e il vertice posto nel centro del piano cartesiano, cioè il punto di ascissa e ordinata pari a 0. La derivata della funzione è 2x, il che significa che al variare della x la funzione y=2x rappresenta la retta tangente alla parabola nel punto di coordinate (x,y). Ad esempio nel punto di ascissa 0, cioè di coordinate x=0 e $y=0^2=0$, dunque nel centro del piano cartesiano (0,0), la tangente è la retta y=2x0=0, cioè la retta i cui punti hanno tutti ordinata nulla ovvero l'asse delle ascisse X.
3. Nella nota precedente ho scritto che le funzioni sono particolari relazioni tra insiemi di oggetti. Vediamo più nel dettaglio cosa significa, prendendo in considerazione per semplicità il caso in cui si parli di insiemi numerici. Una funzione definita sull'insieme X (dominio) che assume valori in Y (codominio) è una relazione che a ogni elemento x di X associa un solo elemento y di Y. Per indicare questa

relazione si scrive f(x)=y. Se ad esempio il dominio e il codominio sono l'insieme dei numeri naturali. f(x)=x+1 è la funzione che associa a un qualsiasi numero naturale il suo successivo, cioè trasforma 0 in 1, 1 in 2, 2 in 3 ecc. A partire dalle funzioni possiamo ricavare le equazioni. Un'equazione è un'uguaglianza del tipo f(x)=0. Ammettiamo che f(x)=2x-1. L'equazione sarà 2x-1=0, cioè 2x=1. Risolvere l'equazione (trovare le soluzioni dell'equazione) significa trovare, se esistono, i valori di x che soddisfano l'uguaglianza da cui siamo partiti. Nel nostro caso la soluzione sarà 1/2, perché (2x1/2)-1=0 (si badi che nell'equazione precedente x sta per il segno di moltiplicazione e non per l'incognita x). Scrivere un'equazione dunque equivale a porre una condizione: x deve essere tale che moltiplicandola per 2 si ottiene 1. Perciò i matematici usano le equazioni per descrivere situazioni o oggetti caratterizzati dalla presenza di un certo numero di condizioni. Abbiamo visto ad esempio che nella teoria dei giochi si utilizzano funzioni *payoff*, che indicano il guadagno (o la perdita) conseguenti a un certo tipo di azione. Supponiamo di voler descrivere matematicamente una società in cui è permesso rapinare le banche. Se io chiamo f la funzione di *payoff* che associa alle diverse azioni $x_1 \dots x_n$ che i giocatori/cittadini possono compiere una sanzione (o un premio) e in particolare ad esempio x_1='rapinare le banche', allora basta che io ponga $f(x_1)=0$ e ho raggiunto il mio risultato. Ho posto come condizione che se i giocatori rapinano una banca la sanzione sia uguale a zero. Con le equazioni si possono creare sistemi di equazioni. Un sistema di equazioni è semplicemente un insieme di equazioni, ad es. f(x), g(x). Trovare la soluzione dl sistema significa trovare, se esistono, i valori di x che rispondono a entrambe le condizioni poste dalle due funzioni.
Se ad esempio f(x)=x+1 e g(x)=2x. Possiamo ricavarne il sistema f(x)=0, gx)=0, cioè x+1=0, 2x=-2. Dalle due equazioni si ricava banalmente che -1 è il valore di x che soddisfa entrambe le equazioni, cioè è la soluzione. Così come una funzione può essere utilizzata per porre una condizione, un sistema di n equazioni viene utilizzato per porre n condizioni e quindi è in grado di descrivere o disegnare una situazione in modo molto più completo. Nel caso della ola appunto i tre ricercatori hanno cercato di descrivere il comportamento dei tifosi nello stadio attraverso una serie di regole di comportamento, cioè di condizioni, che hanno formalizzato appunto attraverso un sistema di equazioni. Infine può essere interessante tenere presente che qualunque funzione può essere rappresentata graficamente come una figura geometrica. Ad esempio la funzione f(x)=x è una retta, mentre la $g(x)=x^2$ è una parabola. Dal punto di vista geometrico quindi risolvere il sistema formato dalle equazioni f(x)=0, g(x)=0, cioè trovare tutti i valori di x che soddisfano le due uguaglianze significa trovare eventuali punti di intersezioni tra i grafici delle funzioni f e g.
4. Per chi fosse interessato a capire come è stato fatto questo calcolo si utilizzano proprietà matematiche delle reti. Prima proprietà: una rete formata da un numero n di nodi ha un numero di *link* possibili pari a nx(n-1)/2. La dimostrazione è intuitiva:

per tracciare tutti i *link* possibili devo collegare ciascun nodo ai restanti nodi, il cui numero è pari alla quantità totale dei nodi meno quello da cui parto ogni volta. E' chiaro però che in questo modo, quando parto dal nodo A lo collego anche al nodo B, mentre quando parto dal nodo B lo collego anche al nodo A. Cioè per ogni coppia di nodi finisco per tracciare due *link*. Al termine quindi ne devo cancellare la metà. Seconda proprietà: la percentuale di *link* possibili in una rete con un numero n di nodi è ln(n)/n, cioè il logaritmo naturale di n diviso n stesso. Evito la dimostrazione che sarebbe più laboriosa e in questa sede poco interessante. Si potrà verificare che i dati citati si ottengono (se non ho fatto errori) calcolando il numero di *link* possibili, la percentuale di link necessari a collegare completamente la rete e moltiplicandoli l'uno per l'altro (ovviamente con le dovute approssimazioni). Per completezza il logaritmo di è il numero a cui bisogna elevare un numero costante (detto base) per ottenere x. Ad esempio il logaritmo di 100 in base 10 è due, perché 10^2=100. I logaritmi naturali si calcolano prendendo come base la costante e, che un numero decimale illimitato pari a 2,71828…
5. Il diametro d di una rete con n nodi che hanno mediamente k *link* è pari a d=ln(n)/ln(k).
6. Nel 1997 due laureandi in informatica della Virginia University inventarono l'oracolo di Kevin Bacon. Basandosi sui dati dell'Internet Movie Database, costruirono una rete comprendente tutti gli attori che avevano recitato assieme a Kevin Bacon o che avevano recitato con attori che avevano recitato insieme a Kevin Bacon (e così via). Così facendo dimostrarono che Bacon era collegato con quasi tutti i circa 500mila attori che all'epoca erano registrati sull'Internet Movie Database con meno di sei gradi di separazione. Sul web è possibile trovare un sito che permette di inserire il nome di un attore, visualizzare i *link* che lo collegano all'attore americano e calcolare il suo 'numero di Bacon', cioè il numero dei gradi di separazione che lo divide da lui.

Bibliografia

Airoldi Massimo-Arcostanzo Francesca-Camatarri Stefano, *Dalle parole alla pratiche: studiare elezioni locali su Facebook e Twitter. Il caso 'Miilano 2016'*, https://www.sisp.it/docs/convegno2016/202_sisp2016_comunicazione-politica.pdf

Amaldi Ugo, *La fisica del caos. Dall'effetto farfalla ai frattali*, Zanichelli, 2011 (vedi anche https://www.youtube.com/watch?v=jBN-z-dPaGw)

Barabási Albert László, *Link. La scienza delle reti*, Einaudi, 2004

Buchanan Mark, *Nexus. Perché la natura, la società, l'economia funzionano allo stesso modo*, Mondadori, 2003

Buchanan Mark, *Ubiquità. Dai terremoti al crollo dei mercati: la nuova legge universale dei cambiamenti*, Mondadori, 2003

Carmona R.-**Delarue F**.-**Lachapelle A.**, *A mean field game approach to oil producion*, in Jourmal of Mathematical Economics, vol. 47, issue 7, 2011, https://mfglabs.com/publications/download/cfe.pdf

Clausewitz Karl von, *Della guerra*, Mondadori, 2009

Gladwell Malcolm, *Il punto critico. I grandi effetti dei piccoli cambiamenti*, Rizzoli, 2000

Granovetter Mark, *La forza dei legami deboli e altri saggi*, Liguori, 1998

Guéant Olivier-**Lasry Jean**-**Michel-Lions Pierre-Louis**, *Mean field games and applications*, in *Paris-Princeton lectures on mathematical finance 2010*, https://mfglabs.com/publications/download/paris-princeton.pdf

Haywood Oliver G. Jr., *Military decision and game theory*, in Journal of the Operations Research Society of America, Vol. 2, No. 4 (Nov., 1954), pp. 365-385

James E. Glenn, *Chaos theory. The essentials for Military Applications*, Naval War College Newport Papers, 1996 (ristampato nel 2012 e reperibile su Amazon).

Kanai Ryota, Feilden Tom, Firth Colin, Rees Geraint, *Political Orientations Are Correlated with Brain Structure in Young Adults,* https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3092984/

Karinthy Frigyes, *Catene*, in *Viaggio intorno al mio cranio*, Rizzoli, 2010

Klein Naomi, *Schock Economy. L'ascesa del capitalismo dei disastri*, Rizzoli, 2008

Lasry Jean-Michel-Lions Pierre-Louis, *Mean field games*, in Japanese Journal of Mathematics, 2 (2007), https://www.uni-muenster.de/AMM/num/Arbeitsgruppen/ag_burger/organization//burger//teaching/seminarkollektiv/lasrylions.pdf

Livni Ephrat, *Everything, including the growing income disparity, ca be explained by physics*, Quartz, 23 settembre 2017, https://qz.com/957711/everything-including-the-growing-income-disparity-can-be-explained-by-physics/

Lucchetti Roberto, *Di duelli, scacchi e dilemmi. La teoria matematica dei giochi*, Bruno Mondadori, 2008

Mandel Ernest, *La troisieme âge du capitalisme*, Editions de la Passion, 1997

Mandelbrot Benoit B.-Hudson Richard L., *Il disordine dei mercati. Una visione frattale di rischio, rovina, redditività*, Einaudi, 2005

Mandelbrot Benoit B., *Gli oggetti frattali. Forma, caso e dimensione*, Einaudi, 2009

Moore Geoofrey M., *Crossing the chasm. Marketing and selling disruptive products to mainstream customers*, Collins, 2006 (edizione italiana esaurita)

Nanjiang Liu, *Historical uses of game theory in battles during the World War II*, 2015, http://myslu.stlawu.edu/~nkomarov/450/AmberPaper.pdf

Nash John, *Giochi non cooperativi*, Zanichelli, 2004

Porter Michael, *Il vantaggio competitivo*, Einaudi, 2011

Prigogine Ilya, *Le leggi del caos*, Laterza, 2011

Pryor Robert G.L.-Amundson Norman E.-Bright Jim E.H., *Probabilities and Possibilities: The Strategic Counseling Implications of the Chaos Theory of Careers*, 2008

Qiao Liang-Wang Xiangsui, *Guerra senza limiti. L'arte della guerra asimmetrica tra terrorismo e globalizzazione*, Goriziana, 2001

Sylos Labini Francesco, *Rischio e previsione. Cosa può dirci la scienza sulla crisi*, Laterza, 2016

Thietart R.A.-Forgues B., *Chaos theory and organization*, in *Organisation Science*, Vol. 6, 1995

Von Neumann John-Morgenstern Oskar. *Theory of games and economic behavior*, Princeton University Press, 2007

Watts Duncan J.-Strogatz Steven H., *Collective dynamics of 'small-word' networks*, Nature, 1998, http://www.stat.cmu.edu/~fienberg/Stat36-835/WattsStrogatz-Nature-1998.pdf

Woodock A.E.R.-J.T. Dockery, *The Military Landscape. Mathematical Models of Combat*, Woodhead Publishing Ltd, 1993

Zhijian Wang-Bin Xu-Hai-Jun Zhou, *Social cycling and conditional responses in the Rocket-Paper-Scissors game*, 2014, https://arxiv.org/pdf/1404.5199.pdf